

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

کتاب معلّم
(راهنمای تدریس)

ریاضی

ششم دبستان

وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری

نام کتاب : کتاب معلم ریاضی ششم دبستان - ۷۴/۱۰

مؤلفان : گروه ریاضی دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع : اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

مدیر امور فنی و چاپ : سیداحمد حسینی

صفحه‌آرا : شهرزاد قنبری

حروفچین : فاطمه باقری‌مهر

مصحح : فاطمه گیتی‌جبین، مریم جعفرعلیزاده

امور آماده‌سازی خبر : زینت بهشتی‌شیرازی

امور فنی رایانه‌ای : حمید ثابت‌کلاچاهی، سیده‌شبیوا شیخ‌الاسلامی

ناشر : اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران : خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن : ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار : ۰۹۲۶۶۸۸۳، کدپستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹،

وب سایت : www.chap.sch.ir

چاپخانه : شرکت افست «سهامی عام» (www.Offset.ir)

سال انتشار و نوبت چاپ : چاپ اول ۱۳۹۱

حق چاپ محفوظ است.

فهرست

کلیات ریاضی ششم

ساختار ریاضی ششم

فصل اول : کسر متعارفی

۱	درس اول : کسر و عدد مخلوط
۲	درس دوم : مقایسه و ساده کردن کسرها
۶	درس سوم : جمع و تفریق
۱۱	درس چهارم : ضرب و تقسیم
۱۷	

فصل دوم : عددهای اعشاری

۲۴	درس اول : عددهای اعشاری
۲۵	درس دوم : جمع، تفریق و ضرب عددهای اعشاری
۳۰	درس سوم : تقسیم یک عدد بر عددهای طبیعی
۳۵	درس چهارم : تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری
۳۹	

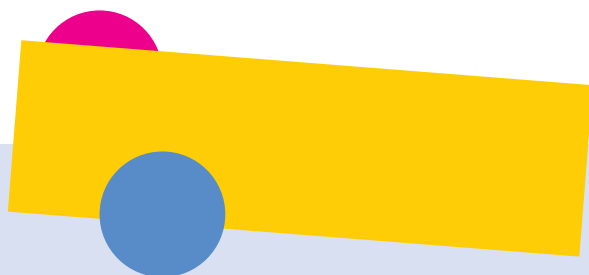
فصل سوم : اندازه گیری طول و زاویه

۴۳	درس اول : آشنایی بیشتر با اندازه گیری طول
۴۴	درس دوم : فاصله
۴۷	درس سوم : مقایسه و اندازه گیری زاویه
۵۲	درس چهارم : انواع زاویه
۵۹	

فصل چهارم : عددهای تقریبی

۶۹	درس اول : تقریب زدن – قطع کردن
۷۰	

۷۵	درس دوم : تقریب زدن – گرد کردن
۸۱	درس سوم : نمایش عددهای تقریبی روی محور
۸۴	درس چهارم : محاسبه تقریبی و ترتیب انجام عملیات
۸۸	فصل پنجم : نسبت، تناسب و درصد
۸۹	درس اول : جدول تناسب
۹۷	درس دوم : مقدارهای متناسب
۱۱۲	درس سوم : تسهیم به نسبت
۱۲۲	درس چهارم : درصد و ریاضیات مالی
۱۲۸	فصل ششم : آمار و احتمال
۱۲۹	درس اول : جمع آوری و نمایش داده‌ها
۱۳۴	درس دوم : نمودار و تعبیر نتایج
۱۳۹	درس سوم : مفهوم احتمال
۱۴۱	درس چهارم : احتمال تجربی و ریاضی
۱۴۵	فصل هفتم : اندازه‌گیری سطح و حجم
۱۴۶	درس اول : مقایسه و اندازه‌گیری سطح
۱۴۹	درس دوم : مساحت اشکال هندسی
۱۵۵	درس سوم : مقایسه و اندازه‌گیری حجم
۱۵۸	درس چهارم : حجم اشکال هندسی
۱۶۰	فصل هشتم : مختصات و عددهای صحیح
۱۶۱	درس اول : محورهای مختصات
۱۶۴	درس دوم : تقارن مختصات
۱۶۹	درس سوم : عددهای صحیح
۱۷۲	درس چهارم : کاربرد عددهای صحیح در جمع و تفریق



کلیات ریاضی ششم

مقدمه

فعالیت‌های آموزشی در هر کشور را می‌توان سرمایه‌گذاری یک نسل برای نسل دیگر دانست. هدف اصلی این سرمایه‌گذاری توسعه انسانی است، به عبارت دیگر هدف فعالیت‌های آموزشی رشد و آگاهی و توانمندی‌های بالقوه انسان است. هدف‌های آموزشی و روش‌های آموزشی در کشورهای مختلف جهان شباهت‌های زیادی به هم دارند و مقایسه میزان تحقق آنها، پژوهشگران را متوجه تأثیر عوامل گوناگونی که در فرایند آموزش و یاددهی - یادگیری دخالت دارند، کرده است. برخی از این عوامل و عناصر مانند کتاب‌های درسی و برنامه‌های آموزشی و درسی را متخصصین موضوعی تهیه می‌کنند، و برخی عوامل دیگر مانند شکل و ساختار سیستم آموزشی مانند ساعات تدریس و روش‌های ارزشیابی آموزشی توسط متخصصین آموزشی تعریف می‌شوند. اما برخی دیگر از عوامل به باورها و انتظارات دانش‌آموزان و معلمان درباره نقش‌ها و هدف‌هایشان از فعالیت‌های آموزشی مربوط می‌شوند. معلمان و دانش‌آموزان با علایق، باورها و انگیزه‌های متفاوتی به کلاس درس می‌آیند و باورها و انگیزه‌های آنان بر فرایند یاددهی - یادگیری تأثیری تعیین کننده دارند.

مثلاً، این که دانش‌آموزان با چه توانمندی‌های اولیه و چه میزان تجربه به کلاس درس ریاضی می‌آیند و معلم، توانایی آنها در فهم مسائل را چگونه ارزیابی می‌کند بر فرایند آموزش در کلاس درس مؤثر است. همچنین اگر دانش‌آموزان برای حل مسائل ریاضی برای این باور باشند که فقط باید به دنبال یک پاسخ صحیح رفت، بیش از آن که به راه‌حل‌ها، درک مفهوم مسئله و چگونگی آن بیندیشند و صرف‌نظر از این که مسئله را تا چه حد فهمیده یا راه‌حل‌های مختلف آن را آزموده باشند، به فکر یافتن و بیان پاسخ صحیح خواهند بود.

هدف از آموزش ریاضی تنها پرورش نخبه‌ها و علاقه‌مندان به ریاضی یا افراد خاصی که می‌خواهند رشته ریاضی را در سطح دانشگاهی ادامه دهند نیست، بلکه در این برنامه، هدف از آموزش ریاضی، بهتر زندگی کردن دانش‌آموزان می‌باشد. بنابراین برقراری ارتباط بین ریاضی و زندگی روزمره، کسب مهارت‌های مدل‌سازی ریاضی و حل مسئله، رشد مهارت‌های تفکر، برقراری ارتباط بین نمایش‌های مختلف ریاضی و تعبیر و تفسیر آنها، برقراری ارتباط بین ریاضی و سایر علوم و در حالت کلی، به کارگیری مفاهیم ریاضی در محیط پیرامونی و تفسیر و تحلیل آنها از جمله هدف‌های اصلی این برنامه درسی است. از دیگر دلایل ارائه یک برنامه درسی ریاضی جدید می‌توان به نتایج آزمون بین‌المللی تیمز اشاره کرد که براساس نتایج آنها دانش‌آموزان ایرانی از قدرت بالایی در پاسخ‌گویی به سؤالاتی که در اهداف بالا ذکر شده برخوردار نبوده‌اند. از طرفی تحولات و تغییرات اجتماعی باعث تغییر نیازها و انتظارات دانش‌آموزان شده است و این برنامه درسی، نیازهای جدید دانش‌آموزان و جامعه را مورد توجه قرار داده است. رشد آموزش ریاضی و رویکردهای جدید آموزش ریاضی نیز از دیگر دلایلی است که اصلاح برنامه درسی فعلی را ضروری می‌کند.

آموزش مدرسه‌ای در طی یک دوره دوازده ساله صورت می‌پذیرد و برای هماهنگ شدن این آموزش‌ها به گونه‌ای که یک کل یکپارچه و هدفمند ساخته شود، ارائه یک برنامه درسی ضروری است. در یک برنامه درسی لازم است مؤلفه‌های اساسی آموزش به شکلی که مورد نظر برنامه است توضیح داده شوند. مؤلفه‌های اصلی آموزش ریاضی عبارتند از:

- ۱- **ضرورت آموزش ریاضی:** که در آن دلایل اصلی پرداختن به آموزش ریاضی در مدرسه توضیح داده می‌شوند.
- ۲- **رویکرد برنامه درسی:** که در آن نگاه به ریاضی و روش‌های آموزشی ریاضی مورد بحث قرار می‌گیرند.
- ۳- **اهداف ریاضی:** که در آن اهداف مورد نظر که قرار است دانش‌آموزان به آن برسند و مشتمل بر اهداف دانشی و فرایندی و مهارتی و نگرشی است، توضیح داده می‌شوند.
- ۴- **روش‌های یاددهی و یادگیری:** که در آن چگونگی یادگیری ریاضی و در نتیجه چگونگی یاددهی ریاضی مورد بحث قرار می‌گیرد.
- ۵- **اصول حاکم بر برنامه درسی:** که در آن نتایج به‌دست آمده از بحث‌های قبلی به‌طور خلاصه و دستوری ارائه می‌شود.
- ۶- **ارزشیابی:** که در آن روش‌های کنترل آموزش و اصلاح آموزش از طریق گرفتن بازخورد با روش‌های مناسب توضیح داده می‌شوند.
- ۷- **نقش معلم و صلاحیت‌های حرفه‌ای معلمان:** که در آن در مورد چگونگی عمل معلم در کلاس و نقش معلم در فرایند آموزش بحث خواهد شد و صلاحیت‌های لازم برای معلمی که توانایی پیاده‌سازی روش‌های آموزشی مورد نظر برنامه را دارد، توضیح داده می‌شود.
- ۸- **روش‌های اشاعه برنامه:** که در آن در مورد چگونگی و روش‌های پیاده‌سازی برنامه مورد بحث قرار می‌گیرد.
- ۹- **اهداف جزئی ریاضی در پایه‌ها:** که در آن ریز مواد و مهارت‌ها و فرایندهایی که قرار است در هر پایه مورد آموزش قرار گیرد با جزئیات کافی آورده می‌شود.

ضرورت و اهمیت آموزش ریاضی

وظیفه اصلی آموزش و پرورش به عنوان یک نهاد دولتی، پرورش نیروهای انسانی متعهد و کارآمد برای ورود به جامعه است. همگان باید بتوانند استعدادها و توانایی‌های ذاتی خود را پرورش دهند و متناسب با آنها نقش مناسبی را در جامعه بازی کنند تا در نهایت جامعه به سمت تعالی معنوی و مادی پیش رود.

در این راستا ریاضی نقش عمده‌ای ایفا می‌کند. یک دانش ریاضی مناسب و یک آموزش مناسب از ریاضی، پایه اصلی کارآمدی نیروهای انسانی است. ریاضی اولاً همانند زبانی است که به طور مداوم نیازمند آنیم تا آنچه که می‌بینیم، می‌دانیم و می‌فهمیم را با روش‌های دقیق، توصیف و تشریح کنیم و از این طریق دانایی خود را گسترش دهیم و از ریاضی در حل مسائل استفاده کنیم. به همین خاطر است که ریاضی را زبان علم می‌نامند و در هر برنامه درسی ریاضی حضور دارد. ثانیاً ریاضیات علمی است که دارای نظم و سازگاری درونی است و به منظور پرورش نظم فکری و بالا بردن قدرت اندیشیدن و استدلال منطقی و نیز خلاقیت ذهنی مورد توجه قرار می‌گیرد.

نیاز به ریاضی یک نیاز زیربنایی است و هر گونه عمل منطقی و حساب شده و برنامه‌ریزی شده در زندگی محتاج داشتن مهارت‌های اصلی ریاضی مانند تجزیه و تحلیل، درک روابط منطقی بین مفاهیم و وقایع و پیش‌بینی نتایج احتمالی است. جنبه دیگری از ریاضی نیازمند آزادی اندیشه و رهایی از قید زمان و مکان است، زیرا در بسیاری از موارد، مطالعات در خارج از فضای سه بعدی و در فضاهای آفریده شده ریاضی‌دان صورت می‌گیرد. اگرچه نهایتاً ریاضیدان وابسته به مفاهیم و تصوراتی است که ریشه در مفاهیم پیرامونی دارد.



رویکرد برنامه درسی ریاضی

در این رویکرد آن نوع بینش و دیدگاه که دانش‌آموزان همگی توانایی کسب و کشف معارف بشری را به طور فطری دارا هستند مدنظر است. لذا رویکرد برنامه بر این اصل قرار دارد که رسالت آموزش و پرورش از قوه به فعل درآوردن و شکوفا کردن این استعداد های الهی از طریق ایجاد فرصت های مناسب جهت یاددهی – یادگیری است. رویکرد اصلی حاکم بر این برنامه یک رویکرد فرهنگی – تربیتی با تأکید بر حل مسئله از طریق محور قرار دادن یادگیرنده در بازسازی مستمر تجربه از راه مهارت های اکتشاف می باشد.

این برنامه درسی توجه ویژه ای به شرایط رشدی و ذهنی دانش آموزان در دوره عمومی و متوسطه دوم دارد. بُعد فعال گروه سنی در دوره عمومی بر بُعد غیرفعال آنها تقدم دارد و تلاش در راه رشد مهارت های تفکر آنها نیازی اساسی است. توانایی های فکری این گروه سنی در پایین ترین سطح عقلانی بدون برخورداری از آموزش رسمی وجود دارند، مانند: مشاهده، طبقه بندی، ردیف کردن، تشخیص امور متناظر و... پژوهش ها نشان می دهند^۱ هماهنگی بین این توانایی های اولیه فکری با مهارت های اکتشاف چون: رمز گشایی نمادهای نوشتاری، محاسبه، اندازه گیری، ترسیم شکل و نظم بخشیدن به داده ها که در سن مدرسه مورد توجه کودکان قرار می گیرد، می تواند در پایان دوره ابتدایی، دانش آموزان را به درک و فهم آنچه که در فرایند علمی رخ می دهد، برساند و همچنین ویژگی های تعامل بین عناصر در یک نظام فیزیکی را هدایت نماید.

اگر یادگیری در دوره عمومی، تغییر رفتار از راه تجربه معنا می شود، منظور این است که در سایه تجربه و فعال شدن دانش آموز، تغییرات اساسی در عادت ها، گرایش ها و تمایلات فرد حاصل می شود. هنگامی که موضوع درسی به صورت مسئله طرح شود و دانش آموز مانند یک پژوهشگر برخورد کند، تخمین ها و حدسیه های خود را مورد بررسی قرار دهد و ضمن مرتب کردن و سازماندهی یافته ها به برقراری ارتباط بین مفاهیم و موضوعات پردازد، به تدریج در او عادت های علمی به وجود می آید و در این فرایند آموزشی روش کار و همیاری با دیگران و چگونگی حل مسائل روزمره زندگی از طریق یادگیری های مدرسه را فرا می گیرد.

رشد پایه ریاضی ناب و قوی از دوره پیش از دبستان بسیار ضروری است. در دوره عمومی باور دانش آموزان درباره معنی ریاضی، دلیل یادگیری این علم و نحوه عمل بر اساس آن و همچنین نقش آنها به عنوان یک یادگیرنده، شکل می گیرد. این باورها بر نوع تفکر ایشان درباره ریاضی و نگرش به ریاضی، تأثیر می گذارد. دانش آموزان قبل از ورود به مدرسه خیلی از مفاهیم ریاضی را با شهود

۱- رابینسون و همکاران «تفکر در مدرسه ابتدایی» مؤسسه مطالعاتی آموزش و پرورش اتاریو نقل از کتاب نظریه های برنامه درسی، ترجمه دکتر محمود

ابتدایی خود رشد می‌دهند. به طور مثال تعداد معدودی از اشیاء را تشخیص داده و از هم متمایز می‌کنند، خیلی از دانش‌آموزان پیش از ورود به مدرسه بر بدنه اصلی دانش ریاضی غیررسمی تسلط دارند. بزرگترها می‌توانند از همان سنین کودکی با فراهم کردن محیط غنی توسط زبان به رشد ریاضی بچه‌ها کمک کنند. بچه‌ها احتمالاً با پایه‌های مختلف از درک ریاضی وارد محیط آموزشی می‌شوند و این اطلاعات اولیه آنها بر ریاضیاتی که در مدرسه یاد خواهند گرفت تأثیر می‌گذارد. بنابراین توجه به تفاوت‌های فردی از اهمیت خاصی برخوردار است.

در این سنین دانش‌آموزان به پشتیبانی بیشتری احتیاج دارند و یک برنامه آموزش ریاضی قوی و با کیفیت بالا، هم به رشد ریاضی و هم به طبیعت بچه‌ها توجه می‌کند. بنابراین برنامه دوره عمومی باید بر پایه گسترش شهود و دانش ریاضی غیررسمی بنا شود. این برنامه باید رشد دانش بچه‌ها را مورد توجه قرار دهد و محیط‌هایی را فراهم کند تا دانش‌آموزان تشویق شوند که یادگیرنده‌هایی فعال باشند و چالش‌های جدید را بپذیرند.

با پیاده‌سازی این برنامه، در کتاب‌ها تغییرات مهمی ایجاد خواهد شد که عمده این تغییرات در رویکردها، روش‌ها و اهداف آموزشی خواهد بود. در برنامه حاضر، روش‌های آموزشی مبتنی بر پژوهش‌های آموزشی است و اهداف آموزشی در راستای نیازهای واقعی دانش‌آموزان و جامعه می‌باشد.

بر مبنای رویکرد مورد نظر این برنامه، در دوره ابتدایی محورهای زیر مورد توجه قرار می‌گیرند:

- ۱- توجه به توانایی‌های عقلانی در کودک (به عنوان پایه‌های ساخت شناختی)
- ۲- توجه به تفاوت‌های فردی در ابعاد جسمی، ذهنی و روانی (به منظور ارتباط تجربه و عمل با سطح تجرد)
- ۳- برقراری ارتباط بین ریاضی و دنیای واقعی فراگیران (ایجاد انگیزه درونی)
- ۴- فعال نمودن دانش‌آموزان در جریان یاددهی - یادگیری
- ۵- ایجاد موقعیت‌های چالش برانگیز و هدایت دانش‌آموزان به یادگیری از طریق خوب دیدن، خوب شنیدن و خوب بیان کردن
- ۶- ایجاد شرایط مناسب به منظور بحث و بررسی و استدلال در رد یا تأیید نظرات خود و دیگران
- ۷- شناخت رخداد‌های آموزشی در کلاس درس و بیان آن به زبان ریاضی

اهداف کلی

- شناخت مفهومی از اعداد در زمینه مفاهیم محیط پیرامونی
- آشنایی با زبان ریاضی و کسب توانایی بکارگیری زبان ریاضی در بیان مشاهدات
- آشنایی با شکل ها و مفاهیم هندسی با مشاهدات مستقیم
- تشخیص الگوهای جبری و هندسی
- آشنایی با مفاهیم آماری و احتمالی
- آشنایی با تاریخ ریاضی اسلامی و ملی
- ایجاد نگرش مثبت نسبت به ریاضی به عنوان یک علم مفید و کارآمد

اهداف کلی دانشی دوره ابتدایی

- ۱- آشنایی با مفهوم عدد و نمایش های مختلف اعداد و روابط بین آنها
- ۲- آشنایی با اعمال جبری بین اعداد و انجام این اعمال با تبحر کافی و تخمین زدن آنها
- ۳- آشنایی با الگوها و روابط
- ۴- آشنایی با زبان ریاضی و استفاده از زبان ریاضی در ارائه مطالب
- ۵- آشنایی با مفاهیم اساسی هندسه
- ۶- شناسایی و تحلیل ویژگی ها و مشخصه های شکل های هندسی در صفحه و فضا
- ۷- آشنایی با جبری سازی مفاهیم هندسی
- ۸- آشنایی با تقارن ها و تبدیلات هندسی
- ۹- آشنایی با کمیت های وابسته به اشیاء، واحدها، دستگاه های اندازه گیری و فرایند اندازه گیری
- ۱۰- آشنایی با فنون، ابزارها و فرمول های مناسب برای اندازه گیری
- ۱۱- آشنایی با روش های آماری برای نمایش و تحلیل داده ها و ارزیابی و نتیجه گیری
- ۱۲- آشنایی با مفاهیم اساسی احتمال و کاربردهای آن
- ۱۳- آشنایی ابتدایی با مجموعه ها
- ۱۴- آشنایی با نمایش های مختلف از مفاهیم ریاضی
- ۱۵- آشنایی با تاریخ ریاضی و کارکردهای زیبا شناختی ریاضی در هنر با تأکید بر فرهنگ اسلامی - ایرانی

اهداف فرایندی

برای درک مناسب از ریاضی و عمل در ریاضی و بکارگیری ریاضی در حل مسائل، صرف آموزش موضوعات ریاضی کافی نیستند. در عمل ریاضی، عوامل و مهارت های خاصی درکارند که آنها را مهارت های فرایندی می نامند. مفاهیم و موضوعات ریاضی مانند

جسمی هستند که مهارت‌های فرایندی همانند روح آنها هستند. این مهارت‌ها در همه پایه‌های تحصیلی، چه در دوره عمومی و چه در دوره متوسطه با اهمیت هستند و حضور دارند، ولی بسته به نوع سطح شناختی دانش‌آموزان پیاده‌سازی و چگونگی کارکردن با این فرایندها متفاوت خواهد بود. این مهارت‌ها به شکل زیر دسته‌بندی شده‌اند :

نمایش‌های ریاضی : این مهارت مربوط به نمایش داده‌ها و اطلاعات و آنچه که در ذهن دانش‌آموز می‌گذرد، می‌باشد. این مهارت کمک بسیاری برای درک بهتر مطالب و برقراری ارتباط با دیگران می‌کند. این مهارت در موارد زیر قابل بیان است :

- ۱- نمایش‌های مختلف ریاضی برای سازماندهی، ثبت کردن و تبادل ایده‌های ریاضی به کار می‌رود.
 - ۲- نمودارها، نقشه‌ها، جدول‌ها، نمادها و علائم و... همگی برای نمایش مفاهیم ریاضی هستند.
 - ۳- دانش‌آموز هر شکل از صورت‌های نمایشی را باید تشخیص دهد و در جای مناسب به کار گیرند.
 - ۴- از نمایش‌های ریاضی به عنوان ابزاری برای فهم و درک و تجزیه و تحلیل ایده‌های ریاضی استفاده می‌شود.
 - ۵- برای حل مسائل مختلف و توضیح موقعیت‌های مسئله گونه از نمایش‌های ریاضی استفاده می‌شود.
 - ۶- نمایش‌های مختلف از یک مفهوم و رابطه‌های بین آنها، در درک مفاهیم و حل مسائل کارساز است.
 - ۷- نمایش‌های متفاوت ریاضی را برای مدل‌سازی، تفسیر و درک پدیده‌های مختلف به کار گیرند.
- ارتباطات مفهومی :** مفاهیم ریاضی در ارتباط با یکدیگرند و شناخت این ارتباطات، درک و یادگیری مفاهیم را عمیق‌تر می‌سازد. بنابراین در آموزش موارد زیر باید رعایت شوند :

- ۱- پیوندهای مفهومی و مهارتی میان ایده‌های ریاضی شناسایی و ارائه شوند.
- ۲- ارتباطات میان نمایش‌های چند گانه از یک ایده ریاضی درک و برقرار شوند.
- ۳- تناظر میان روش‌ها و رویه‌ها برای حل مسائل مشابه ریاضی درک شوند.
- ۴- پیوندهای ایده‌های مختلف ریاضی و کیفیت ساخته شدن ایده‌های مرتبط با هم، در تشکیل یک کل یکپارچه استفاده شوند.
- ۵- با استفاده از ارتباطات مفهومی بین مفاهیم ریاضی و غیر ریاضی، موقعیت‌ها و وضعیت‌های واقعی را مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و در موارد مناسب مدل‌سازی کند.

۶- از مفاهیم و روش‌های یک حوزه از ریاضی برای حل مسائل حوزه‌های دیگر ریاضی استفاده کند.

ارتباطات کلامی : زبان طبیعی محمل اصلی برای توصیف و بیان و سخن گفتن از مفاهیم است. ریاضی نیز در همین بستر رشد می‌کند و لازمه یک درک معنادار از مفاهیم، قابلیت بیان آنها در زبان طبیعی است. بنابراین به زبان درآوردن مفاهیم ریاضی و اشنانویسی در ریاضی سهم مهمی در یادگیری بازی می‌کند. بنابراین موارد صفحه بعد باید در آموزش مفاهیم ریاضی مورد توجه قرار گیرد :

- ۱- دانش‌آموزان، تفکرات ریاضی خود را توصیف و سازماندهی کنند و استحکام بخشند.
- ۲- دانش‌آموزان، بتوانند یک طرح کلی برای گام‌های مورد استفاده در حل مسائل به صورت کتبی و شفاهی ارائه دهند.
- ۳- زبان ریاضی در درون زبان طبیعی گسترش یابد و از نمادها و جداول، نمودارها، اعداد و... در تبادل اطلاعات و برقراری ارتباط به درستی استفاده شود.

۴- تفکر ریاضی خود را به صورت منسجم و روشن برای دیگران بیان کنند.

- ۵- دانش‌آموزان، بتوانند در مباحثات ریاضی به صورت شفاهی یا نوشتاری شرکت کنند.
- ۶- دانش‌آموزان، بتوانند گزاره‌های ریاضی و موقعیت‌های پیش آمده در مسائل را توضیح دهند و تبیین کنند.
- ۷- دانش‌آموزان، بتوانند استدلال‌های ریاضی را با دیگران به تبادل بگذارند و نشان دهند که چرا یک نتیجه معنا دار است یا چرا یک استدلال معتبر است.
- ۸- استدلال‌ها و سؤال‌های دیگران را با دلایل منطقی و صحیح مورد تأیید قرار داده یا رد کند.
- ۹- تفکر ریاضی و راهبردهای ریاضی دیگران را تجزیه و تحلیل کرده و ارزیابی کند.
- ۱۰- در یک فعالیت گروهی، تفکر ریاضی ارائه شده توسط دیگران را گوش دهد، بنویسد و درک کند.
- ۱۱- روی راهبردهای دیگران در مقایسه با راهبرد خود تأمل و تفکر و نقادی کند.
- ۱۲- راهبردها، راه حل‌ها و حدسیه‌های دیگران را احصاء کند، تعمیم دهد و به چالش کشد.
- ۱۳- از زبان ریاضی برای بیان دقیق ایده‌های ریاضی استفاده کند.
- ۱۴- از زبان ریاضی به صورت صحیح و درست برای طرح سؤال‌های ریاضی با هدف به چالش کشیدن حدسیه‌های دیگران استفاده کند.
- ۱۵- مسائل کلامی را با استفاده از نمادها و علائم رسمی ریاضی به صورت ریاضی بیان کند.
- ۱۶- زبان مناسب، نمایش‌های مناسب و فرهنگ واژگان تخصصی ریاضی را درک کند و در هنگام توصیف و شرح اشیاء، روابط و راه حل‌های ریاضی از آنها استفاده کند.
- ۱۷- از طریق درک مطلب و تفسیر نمایش‌ها، نمادها و علائم ریاضی و روش‌های نوشتاری، نتایج و نتیجه‌گیری‌های مربوط به ایده‌های ریاضی را استخراج کند.
- استدلال و اثبات: توانایی در استدلال و اثبات حدسیه‌ها، جزء اصلی تفکر ریاضی است. بدون کسب این توانایی نمی‌توان درک درستی از ریاضی پیدا کرد. بنابراین در آموزش ریاضی توجه به موارد زیر ضروری است:
 - ۱- استدلال و اثبات به عنوان بخش پایه‌ای ریاضی تشخیص و ارزش داده شود.
 - ۲- ایده‌های ریاضی با استفاده از راهبردهای مختلف، توجه و تبیین شوند.
 - ۳- توانایی ساخت حدسیه‌های علمی ایجاد شود و حدسیه‌ها مورد بررسی، و تحقیق قرار گیرند.
 - ۴- یک حدسیه علمی را با استفاده از راهبردهای ریاضی مورد تجزیه و تحلیل قرار دهد و یک نتیجه علمی از آن گرفته شود.
 - ۵- موقعیت‌هایی که در آن یک جواب تقریبی از جواب دقیق مناسب‌تر است تشخیص داده شود.
 - ۶- استدلال‌ها و اثبات‌های ریاضی خلق شوند، رشد و توسعه داده شوند و مورد ارزیابی قرار گیرند.
 - ۷- از ایده‌ها و زبان ریاضی برای به وجود آوردن استدلال ریاضی استفاده شود.
 - ۸- استدلال منطقی ساخته شود و در آن ادعایی اثبات یا مثال نقضی برای ابطال آن آورده شود.
 - ۹- استدلال ریاضی درست در قالب و صورت‌های مختلف ارائه شود و مورد استفاده قرار گیرد.
 - ۱۰- استدلال‌های نوشتاری را برای بررسی یک حدسیه علمی مورد استفاده قرار گیرد.

- ۱۱- انواع مختلفی از استدلال و روش‌های اثبات و راه‌حل‌ها به کار گرفته شوند.
 - ۱۲- با استفاده از یک رویکرد نظام‌مند، استدلال‌های مختلف حل یک مسئله مورد ارزیابی قرار گیرد.
 - ۱۳- از روش‌های ابداعی صحیح برای بررسی و اثبات نتایج استفاده شود و از مثال نقض برای ابطال احکام نادرست استفاده شود.
 - ۱۴- نتایج صحیح در حالت‌های کلی‌تر توسعه و تعمیم یابد.
 - ۱۵- از نمودارهای مناسب برای حمایت از یک استدلال منطقی استفاده شود.
 - ۱۶- از استدلال استنتاجی برای ساختن و پشتیبانی از حدسیه‌های ریاضی استفاده شود.
- حل مسئله :** کسب توانایی حل مسئله از اهداف نهایی آموزش ریاضی است. این مهارت نیازمند تمامی مهارت‌ها و توانایی‌هایی است که در ریاضی وجود دارد و به نحوی تمامی مهارت‌های ریاضی را به کار می‌گیرد. در این راستا موارد زیر باید مورد توجه قرار گیرد :
- ۱- از طریق حل مسئله، دانش جدید ریاضی بنا شود.
 - ۲- از راهبردهای متنوع حل مسئله برای فهمیدن و درک محتوای موضوعی مفهومی ریاضی استفاده شود.
 - ۳- نمایش‌های معادل یک مفهوم ریاضی را در تجزیه و تحلیلی مسائل به کار برد.
 - ۴- مسائل ریاضی را در ارتباط با محیط پیرامونی درک و حل کند.
 - ۵- از روش‌های مختلف نمایش، برای توضیح موقعیت‌های مسئله‌گونه استفاده کند. (نمایش‌های تصویری، عددی، جبری و نموداری)
 - ۶- راهبردهای متنوع حل مسائل به کار گرفته شوند.
 - ۷- توانایی انتخاب راهبرد موثر و کارآمد در جهت حل هر مسئله خاص ایجاد شود.
 - ۸- در یک فعالیت گروهی، راهبردهای جدید برای حل یک مسئله پیشنهاد شود و انواع راهبردها مورد نقد و ارزیابی قرار گیرد.
 - ۹- فرایند حل یک مسئله ریاضی رصد و تحلیل شود.
 - ۱۰- اطلاعات مورد نیاز برای حل یک مسئله بررسی و تعیین شوند و روش‌هایی برای به دست آوردن اطلاعات انتخاب شود و شاخص‌هایی برای جواب‌ها و راه‌حل‌های قابل قبول تعریف شود.
 - ۱۱- راه حل‌های ارائه شده در یک مسئله با توجه به موقعیت و شرایط مسئله تفسیر شود.
 - ۱۲- روش‌های گوناگون حل یک مسئله بررسی و ارزیابی شود.

اهداف مهارتی

هر یک از موارد زیر چه در دوره عمومی و چه در دوره متوسطه دوم قابل طرح است ولی سطح آن در حد همان پایه تحصیلی خواهد بود.

- ۱- کسب توانایی توصیف موقعیت‌های گوناگون با زبان و روش‌های ریاضی
- ۲- کسب توانایی تجزیه و تحلیل موقعیت‌ها و یافتن مفاهیم ریاضی در آنها

- ۳- کسب توانایی مرتبط کردن مفاهیم ریاضی با وضعیت‌های محیط پیرامونی
- ۴- رشد توانایی مدل‌سازی ریاضی از موقعیت‌های مسئله‌گونه، حل مدل و یافتن جواب‌ها در ریاضی و تفسیر جواب‌ها در مسئله

واقعی

- ۵- کسب توانایی تجزیه و تحلیل منطقی جملات و انجام استدلال روی آنها
- ۶- کسب توانایی مباحثه و دقیق شدن در مفاهیم و یافتن حقایق از طریق تحلیل منطقی
- ۷- کسب توانایی حل مسئله ریاضی و حل مسائل واقعی و بکارگیری راهبردهای حل مسئله
- ۸- کسب توانایی گمانه‌زنی و پذیرش یا رد آنها
- ۹- کسب توانایی به نمایش درآوردن مفاهیم و اطلاعات و موقعیت‌های مسئله‌گونه
- ۱۰- کسب مهارت‌های تفکر (نقاد، خلاق، دیداری یا بصری و تصمیم‌ساز)
- ۱۱- فرضیه‌سازی و بررسی فرضیه‌ها در یک موقعیت مسئله‌گونه
- ۱۲- رشد و توسعه توانایی‌های تجسم، انتزاع و تعمیم
- ۱۳- کسب توانایی تقریب زدن و تحلیل دقت و صحت و تخمین خطا در موقعیت‌های اندازه‌گیری
- ۱۴- توانمند شدن در استفاده از فن آوری برای توسعه دانش و به‌کارگیری آن
- ۱۵- به‌کارگیری فنون، ابزارها و فرمول‌های مناسب برای اندازه‌گیری
- ۱۶- نمودارخوانی و تحلیل نمودار

اهداف نگرشی

- ۱- یافتن نگرش مثبت به ریاضی به عنوان ابزاری قدرتمند و اساسی برای درک و حل مسائل واقعی
- ۲- معنادار دیدن مفاهیم ریاضی از طریق مشاهده آنها در محیط پیرامونی
- ۳- مرتبط دانستن مفاهیم ریاضی با یکدیگر و با مفاهیم محیط پیرامونی
- ۴- کسب روحیه حقیقت‌جویی و صداقت علمی
- ۵- کسب روحیه نقادی و نقدپذیری نسبت به مطالب ارائه شده

ارزشیابی

در آستانه قرن بیست و یکم، ارزشیابی آموزشی به عنوان شاخه‌ای از علوم تربیتی در ارتقاء و کیفیت نظام‌های آموزشی کاربرد قابل توجهی دارد. هر فعالیت آموزشی و به‌طور کلی در هر فعالیتی که برای انتقال، برانگیختن و هدایت به منظور کسب دانش، نگرش و مهارت به عمل می‌آید، ارزشیابی آموزشی به عنوان فرایند مستمر و منظم برای توصیف، هدایت و اطمینان یافتن از کارایی برنامه و فعالیت آموزشی مربوط استفاده می‌شود.

ممکن است تعاریف ارزشیابی از دیدگاه‌های مختلف و از زبان نظریه پردازان گوناگون با هم تفاوت‌هایی داشته باشد. ولی آنچه مسلم است تمامی این تعاریف به دنبال اندازه‌گیری میزان تغییر مطلوب رفتار براساس اهداف و برنامه‌های تعیین شده می‌باشند. پس یکی

از اساسی‌ترین اصول ارزشیابی آموزشی، هماهنگ نمودن شیوه‌های آن با اهداف و انتظارات برنامه درسی است و همان گونه که اهداف دارای ابعاد مختلف (دانشی، نگرشی و مهارتی) می‌باشند. شیوه‌های سنجش و ارزشیابی و ابزار آن نیز باید متفاوت باشند. در این راستا اگر معلم بخواهد میزان یادگیری دانش‌آموزان در اهداف دانشی را بسنجد، آزمون‌های مداد – کاغذی که نتیجه آن سنجش معلومات و محفوظات است می‌تواند کارآیی داشته باشد، اما اگر هدف، یادگیری مهارت‌هایی چون استدلال، تجزیه و تحلیل، قضاوت، نقد کردن و... باشد که از طریق آنها دانش‌آموزان به فرایند مهارت‌های سطوح بالاتر تفکر برای خلق ایده‌ها، نگرش‌ها و ارزش‌های خود پی می‌برند، حتماً باید ابزار و شیوه‌های مناسب برای اندازه‌گیری این مهارت‌ها استفاده شود.

با در نظر گرفتن موارد فوق و همچنین قوانین جاری آموزش و پرورش در خصوص شیوه‌های ارزشیابی و نحوه ارتقای تحصیلی، در سه سال اول دوره آموزش عمومی که ارزشیابی به صورت کیفی و توصیفی انجام می‌شود، پوشه کار به منظور جمع‌آوری شواهد و اطلاعات توصیه می‌شود. در این پوشه مواردی مانند، پرسش‌های کتبی تدریجی، چک لیست مشاهدات فعالیت‌های یادگیری فردی و جمعی، گزارش پرسش‌های شفاهی و مصاحبه، نحوه انجام تکالیف و فعالیت‌های خارج از مدرسه و نتیجه آزمون‌های عملکردی قرار می‌گیرد.

در سایر پایه‌های تحصیلی که ملاک ارتقای دانش‌آموزان بر پایه بالاتر ارزشیابی کمی است، در بخش آزمون پایان توجه به سؤال‌های عملکردی، مهارتی و حل مسئله مرتبط با فرایند آموزش مورد انتظار است. در بخش ارزشیابی مستمر نیز پوشه کار به همان ترتیب ذکر شده و جهت مستند کردن ارزشیابی به عمل آمده و توصیه می‌شود.

ویژگی‌های ارزشیابی ریاضی در دوره ابتدایی: با توجه به این که ارزشیابی جزئی جدا ناشدنی از فرایند تدریس است و از آن جا که رویکرد حل مسئله در ریاضیات دوره عمومی ملاک فعالیت آموزشی در کلاس درس می‌باشد، نگاه ارزشیابی در این دوره به راه یادگیری است نه مقاصدش و وظیفه فراگیر در این راه تلاش است نه صرفاً کسب نتیجه، با توجه به این نگاه ویژگی‌های زیر برای ارزشیابی ریاضی در این دوره در نظر گرفته شده است:

- ۱- جزئی جدا ناشدنی از فرایند تدریس است.
- ۲- به تلاش دانش‌آموزان در راه یادگیری توجه دارد.
- ۳- با توجه به تفاوت‌های فردی، رفتار فراگیر در ابعاد مهارتی، دانشی و نگرشی اندازه گرفته می‌شود.
- ۴- به خود ارزیابی و انتقال یادگیری به دیگران تأکید می‌شود.
- ۵- تفکر واگرا را با توجه به پرسش‌های باز پاسخ گسترش می‌دهد.
- ۶- توجه به تلاش‌های فردی و گروهی در کسب مهارت‌های تفکر نقاد و خلاق دارد.
- ۷- ایجاد فرصت پاسخگویی برای دانش‌آموزان را نامطمئن می‌کند.
- ۸- به فرایند و فرصت‌های یادگیری در جهت نتیجه و هدف نهایی توجه دارد.
- ۹- فرصت بیان قواعد، رویه‌ها و افکار توسط دانش‌آموزان را ایجاد می‌نماید.
- ۱۰- انعطاف در زمان، راه و مقصد یادگیری ایجاد می‌کند.
- ۱۱- به تأخیر انداختن قضاوت با هدایت فراگیران به تفکر را در نظر می‌گیرد.

ساختار ریاضی ششم

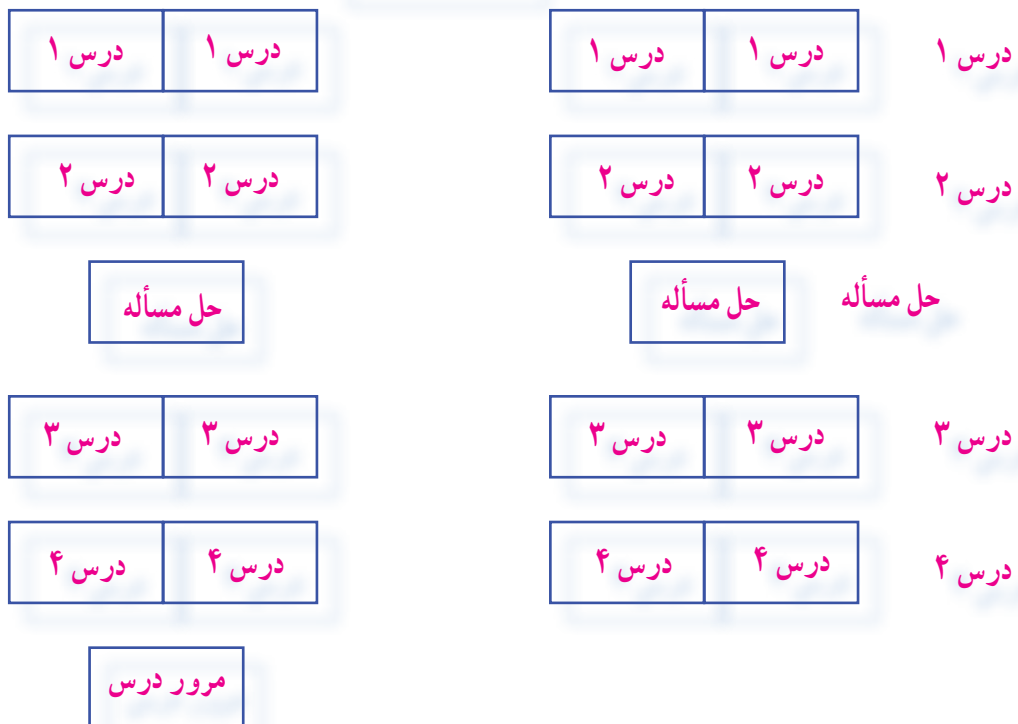
پایه ششم ابتدایی از ۸ فصل تشکیل شده است که عبارت اند از :

کسر متعارفی	فصل ۱
عددهای اعشاری	فصل ۲
اندازه گیری طول و زاویه	فصل ۳
عددهای تقریبی	فصل ۴
نسبت ، تناسب و درصد	فصل ۵
آمار و احتمال	فصل ۶
اندازه گیری سطح و حجم	فصل ۷
مختصات و عددهای صحیح	فصل ۸

ساختار هر فصل

پایه ششم ابتدایی از ۸ فصل تشکیل شده است که عبارت‌اند از :

تصویر موضوعی



ساختار هر درس

- ۱- فعالیت با هدف مفهوم‌سازی شروع می‌شود.
- ۲- کار در کلاس جهت ارزیابی معلم از دانش‌آموز و دانش‌آموز از خود.
- ۳- تمرین جهت تثبیت یادگیری می‌باشد.

معلّمان محترم و اولیای گرامی دانش آموزان و صاحب نظران می توانند نظر اصلاحی خود را درباره ی مطالب
این کتاب از طریق نامه به نشانی تهران- صندوق پستی ۱۵۸۵۵/۳۶۳- گروه دسی مربوط و یا پیام نگار (Email)
talif@talif.sch.ir ارسال نمایند.

دفترتالیف کتاب های دسی ابتدایی و متوسطه نظری

کسر متعارفی



کسر و عدد مخلوط

نگاه کلی به درس اول

در درس اول دانش آموزان نحوه تقسیم کردن اشکال یا اشیاء به قسمت‌های مساوی را یاد می‌گیرند و سپس اشیای پیرامونی را به صورت تقریبی به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنند و با استفاده از آن به مفهوم کسر برای آنها پی برده و از کسر به عدد مخلوط می‌رسند. نکته قابل توجه در این درس این است که دانش آموزان با مفهوم کسر آشنا شوند و درک می‌کنند که کسر و عدد مخلوط دو نمایش از یک مفهوم اند و این مفهوم را به روش‌های مختلفی می‌توان نشان داد.

اهداف درس اول

- تقسیم یک شکل یا یک شیء به قسمت‌های مختلف
- درک مفهوم کسر به عنوان جزئی از یک کل
- تقسیم یک شکل یا یک شیء به قسمت‌های مساوی
- نشان دادن مقدار تقریبی کسر روی شکل و بالعکس
- درک مفهوم عدد مخلوط و رابطه آن با کسر
- تبدیل یک عدد مخلوط به کسر و بالعکس
- اراده نمایش‌های مختلف کسر و عدد مخلوط (محور اعداد - تصویری و کلامی)
- استفاده از مفاهیم کسر و عدد مخلوط در حل مسایل پیرامونی
- بیان و نوشتن مفاهیم ریاضی آموزش داده شده

کسر

ورود به مطلب

درس را می‌توانید با مسائل واقعی مانند نمونه‌های زیر شروع کنید: یک تکه از یک کلوچه را جدا می‌کنیم، در این حالت می‌گوییم کسری از کلوچه را جدا کرده‌ایم ولی چون مقدار آن را نمی‌توانیم تعیین کنیم برای آن نمی‌توانیم کسر بنویسیم. حال یک نان یا یک ورق کاغذ را بردارید و آن را به چند قسمت مساوی تقسیم کنید. هر تکه نان یا هر قسمت از ورق کاغذ چه کسری از کل آن شیء است؟ یک پرتقال را بردارید آن را پوست بکنید. پره‌های آن را بشمارید. هر پره چه کسری از کل پرتقال است؟ در این مثال‌ها چون اشیاء را به قسمت‌های تقریباً مساوی تقسیم کرده‌ایم می‌توانیم برای آنها کسر بنویسیم.

توصیه‌های آموزشی

* از دانش‌آموزان بخواهید ذهن خود را به نمونه‌های ارائه شده (روش‌های تقسیم یک شکل به قسمت‌های مساوی) محدود نکنند و از خود خلاقیت نشان دهند. می‌توانید نمایشگاهی از مجموعه کارهای دانش‌آموزان تشکیل دهید.

فعالیت



فعالیت‌های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش‌آموزان

فعالیت ۱ (تقسیم به صورت تقریبی): ابتدا دانش‌آموزان یک نوار کاغذی یا یک تکه نخ به اندازه دور یک دایره دلخواه (محیط دایره) درست می‌کنند سپس با تا زدن نوار کاغذی یا نخ به تعداد مورد نظر و قرار دادن آن بر روی محیط دایره و علامت زدن، دایره را به قسمت‌های مورد نظر تقسیم می‌کنند. سپس نحوه تقسیم کردن دایره به قسمت‌های مساوی را توضیح می‌دهند. توضیح دادن باعث افزایش قدرت ارتباط کلامی در دانش‌آموزان می‌شود و توانایی استدلال آنها را بالا می‌برد. هر دانش‌آموز باید فعالیت‌های دست‌ورز، تصویری و کلامی را انجام دهد تا به سطح مورد نظر برسد.

فعالیت ۲ (تقسیم به قسمت‌های مساوی): دانش‌آموزان کلاس را گروه‌بندی می‌کنیم، تعدادی ورق کاغذی مستطیل شکل و هم اندازه (مثلاً ۱۰ عدد) به هر گروه می‌دهیم. از اعضای گروه می‌خواهیم ابتدا به صورت فردی فکر کنند که چگونه می‌توان این مستطیل‌ها را به دو قسمت مساوی تقسیم کرد. سپس از آنها می‌خواهیم با مشورت و هم‌فکری اعضای گروه نحوه تقسیم‌بندی خود را نشان و توضیح دهند.

دانش‌آموزان باید سعی کنند که هر مستطیل را به روش متفاوتی از هم گروهی‌های خود تقسیم کنند. پس از پایان زمان تعیین شده، گروه‌ها مستطیل‌های تقسیم‌بندی شده را بر روی تخته کلاس نصب کنند. سپس با هم فکری دانش‌آموزان، شکل‌هایی که تقسیم‌بندی‌های مشابهی دارند را حذف می‌کنیم به طوری که هیچ دو شکل نصب شده بر روی تخته همانند یک دیگر نباشند، حالا گروه‌ها در خصوص روش تقسیم کردن خود به بحث و تبادل نظر می‌پردازند.

عدد مخلوط

ورود به مطلب

با توضیح و یادآوری مفهوم کسر، از طریق جزء به کل شروع کنید. می‌دانیم کسر $\frac{5}{7}$ یعنی ۵ قسمت از ۷ قسمت مساوی. حال از دانش‌آموزان پرسید $\frac{9}{7}$ یعنی چه؟ این سؤال را در کلاس مطرح کنید و آن را به بحث بگذارید. نظرات دانش‌آموزان را با دقت گوش کرده و عکس العمل‌های مناسب نشان دهید. با توجه به این که این مفهوم در سال‌های قبل آموخته شده است می‌توانید درس را با سؤال‌هایی از دانش‌آموزان شروع کنید.

کسر و عدد مخلوط دو نمایش مختلف از یک عدد هستند. دانش‌آموزان برای نوشتن یک عدد به صورت عدد مخلوط باید تعداد واحدهای کامل را تشخیص دهند و کسری از واحد کامل را نیز تعیین کنند. دانش‌آموزان باید به این تشخیص برسند که کسر و عدد مخلوط دو نمایش از یک مفهوم هستند بنابراین حرکت از کسر به عدد مخلوط و برعکس از اهمیت زیادی برخوردار است.



فعالیت‌های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش‌آموزان

فعالیت ۱ (درک ارتباط بین اندازه‌گیری و عدد مخلوط): از دانش‌آموز بخواهید اندازه طول در خودکار یا هر شیء دیگر مناسب آموزش این مفهوم را به وسیله ابزار مناسب اندازه‌گیری طول (متر یا خط کش) محاسبه کنند و عدد حاصل را با واحد سانتی‌متر و میلی‌متر (یا متر و سانتی‌متر) به صورت کسر، تعداد واحد کامل و کسری از واحد کامل و عدد مخلوط نشان دهند. همچنین به کمک شکل و با استفاده از دسته‌های ده تایی (یک واحد کامل) و یکی، عدد مربوط به شکل را به صورت عدد مخلوط نشان دهند. با این فعالیت دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که در یک شکل پیوسته دو بعدی نیز می‌توان یک واحد کامل را انتخاب کرد. البته نحوه انتخاب واحد کامل به خود دانش‌آموزان و فرآیند استدلال درست آنها بر می‌گردد.

فعالیت ۲ (درک بهتر نسبت به انتخاب واحد): در صورتی که دانش‌آموزان برای انتخاب واحد مشکل داشته باشند، می‌توانید به روش زیر یا هر روشی که مناسب می‌دانید عمل کنید:

۱- واحدی انتخاب کنید که از چند شکل کنار هم (پیوسته) تشکیل شده باشد.

- ۲- تعدادی از این واحدها را به کمک دانش آموزان روی مقوا کشیده و برش دهید.
- ۳- واحدها را در اختیار گروه قرار دهید. (هر گروه تعدادی واحد یکسان)
- ۴- از گروه‌ها بخواهید تعدادی از مقواها را کنار هم قرار دهند و کسر حاصل را بخوانند.
- ۵- با توجه به واحد، کسری را انتخاب کنید و از گروه‌ها بخواهید آن را با واحدهای خود نشان دهند.
- ۶- حالا با توجه به واحد، کسری را انتخاب کنید که از واحد کامل و قسمتی از واحد تشکیل شده باشد و از گروه‌ها بخواهید آن را با واحدهای خود نشان دهند.
- ۷- به دانش آموزان اجازه دهید با رنگ کردن و یا قیچی کردن قسمتی از واحد و قرار دادن قسمت‌ها در کنار یکدیگر عدد مخلوط خواسته شده را نشان دهند.

توصیه‌های آموزشی

- بهتر است با استفاده از شکل‌های مختلف، خود دانش آموزان عددهای مخلوط را نشان دهند. برای درک بهتر، دانش آموزان می‌توانند از محور اعداد استفاده کنند.
- دانش آموزان ممکن است در نمایش کسر و عدد مخلوط روی محور اعداد مشکل داشته باشند. با انجام تمرین‌های متنوع نحوه نمایش کسر و عدد مخلوط را روی محور اعداد به دانش آموزان آموزش دهید. پس از کشیدن محور حتماً جهت محور را روی آن نشان داده و آن را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنید. به دانش آموزان توصیه کنید که باید با توجه به مخرج هر کسر، واحدهای روی محور را به قسمت‌های مساوی تقسیم کرد. مثلاً اگر مخرج کسر عدد ۴ است، هر واحد محور را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنید.
- به دانش آموزان کمک کنید محورهای مختلفی رسم و واحد مورد نظر خود را انتخاب کنند. محور را با واحد انتخابی به قسمت‌های مساوی تقسیم کنند. یک عدد کسری انتخاب و آن را روی محور اعداد نشان دهند.
- با گروه‌بندی دانش آموزان کلاس مسابقه‌ای برگزار کنید به این ترتیب که ابتدا گروه اول یک عدد کسری بیان کند و گروه دوم آن را روی محور اعداد نشان دهد سپس گروه دوم یک عدد کسری بیان کند و گروه اول آن را روی محور اعداد نشان دهد.

مقایسه و ساده کردن کسرها

نگاه کلی به درس دوم

در این درس دانش‌آموزان با ابزار دست ورزی (نوار کاغذی و تا کردن) مقایسه و ساده کردن کسرها را یاد می‌گیرند. در این درس دانش‌آموزان با مقایسه دو کسر با مخرج‌های متفاوت روی محور اعداد، احساس نیاز به مخرج مشترک دو کسر را پیدا می‌کنند.

اهداف درس دوم

- توانایی مقایسه کسرها
- توانایی ساده کردن کسرها
- مقایسه کسرها و عددهای مخلوط
- توانایی پیدا کردن مخرج مشترک مناسب برای دو یا چند کسر
- استفاده از مفاهیم آموزش داده شده در حل مسایل پیرامونی
- بیان و نوشتن مفاهیم ریاضی آموزش داده شده

مقایسه کسر ها

ورود به مطلب

چند تصویر از نوارهای کاغذی هم اندازه که به قسمت های مختلف و برابر تقسیم شده اند زیر هم دیگر قرار دهید تا دانش آموزان به صورت تصویری کسر ها را با یکدیگر مقایسه کنند. این کار به درک تصویری دانش آموزان همراه با درک دست ورزی آنها کمک می کند.

تاکنون دانش آموزان به کمک تقسیم کردن و نوشتن کسر های مساوی، کسر ها را مقایسه می کردند، اما در پایه ششم به روش نسبتاً جدیدی، کسر ها را به کمک محور اعداد مقایسه می کنند. برای پیدا کردن کوچک ترین مخرج مشترک می توانید مخرج مشترک کسر های مساوی با یک کسر را بنویسید. هر کدام که به مخرج کسر دیگر هم قابل تقسیم بود کوچک ترین مخرج مشترک است. راحت ترین راه آن است که از کسری که مخرج بزرگ تر دارد شروع کنیم و کسر های مساوی با آن را بنویسیم، زیرا تعداد عملیات ما کمتر است و زود تر به مخرج مشترک می رسیم.

توصیه های آموزشی

– برای مقایسه کسر ها، ابتدا به کمک شکل و سپس به صورت مجرد کسر هایی که صورت برابر دارند را با یکدیگر مقایسه کنید.
– بهتر است مراحل بیان شده در تصویر های کتاب با کسر های مقوایی به صورت عملی بررسی شود. همچنین توجه دانش آموزان را به این نکته جلب کنید که در کسر های مساوی، صورت ها با هم و مخرج ها نیز با هم متفاوت اند. ولی در عین حال معنای آنها یکی است. شاید از نظر ظاهری با هم متفاوت باشند اما هر دو در واقع یک عدد هستند و روی محور یک نقطه را نشان می دهند.

فعالیت



فعالیت های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش آموزان (کسر های مساوی)

ابتدا دانش آموزان را گروه بندی کنید و سپس دانش آموزان در هر گروه به صورت فردی نوار های کاغذی به طول دلخواه (مثلاً ۱۲ سانتی متر) و عرض یک سانتی متر تهیه کنند. (دست ورزی)
اعضای گروه به صورت فردی هر کدام از نوار های کاغذی خود را به قسمت های مساوی و خواسته شده (۱۲، ۸، ۶، ۴، ۳، ۲) تقسیم کنند به طوری که همه گروه ها نوار هایی داشته باشند که به ۱۲، ۸، ۶، ۴، ۳، ۲ قسمت برابر تقسیم شده باشند.
اعضای گروه نوار های کاغذی تقسیم بندی شده خود را با توجه به تعداد قسمت های برابر (از تعداد کمتر تا تعداد بیشتر) به طور منظم زیر یک دیگر قرار دهند.
پس از مقایسه نوار ها، کسر های مربوط به هر نوار را بنویسند و سپس به کمک نوار های کاغذی و مقایسه آنها، جاهای خالی فعالیت ۲ را کامل کنند. (تصویری)

لازم است دانش آموزان درباره کار خود و نوشتن کسر های مساوی با هم گروه های خود گفت و گو کنند. (کلامی)
با توجه به فعالیت انجام شده و دانسته های خود با گذاشتن علامت مناسب، به سؤالات فعالیت آخر این صفحه پاسخ دهند.

مقایسه کسرها (با یک مقدار مشخص)

ورود به مطلب

تاکنون دانش آموزان به کمک تقسیم کردن و نوشتن کسرهای مساوی، کسرها را مقایسه می کردند اما در پایه ششم به روش نسبتاً جدیدی، کسرها را به کمک انتخاب یک کسر مثلاً $\frac{1}{4}$ و مقایسه هر مقدار با آن مقایسه می کنند.

توصیه های آموزشی

- به کمک تصاویر مقوایی و تازدن مفهوم نیم را یادآوری کنید.
- برای ساده کردن کسر به کمک شکل، ابتدا کسری را که شکل نشان می دهد می نویسیم، سپس با دسته بندی مناسب یک کسر مساوی کسر اول به دست می آوریم.

فعالیت



فعالیت های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش آموزان (مقایسه کسرها)

یک واحد انتخاب کنید و آن را به کمک نوار کاغذی نشان دهید. نوار کاغذی را با تا کردن به دو قسمت مساوی تقسیم کنید. هر قسمت نمایانگر $\frac{1}{2}$ است. حالا با نشان دادن محل هر کسر روی نوار کاغذی و مقایسه آن با نصف واحد می توان کسرها را با یکدیگر مقایسه کرد.

برای مقایسه دو کسر از روش های مختلفی می توان استفاده کرد به عنوان مثال کسر $\frac{1}{4}$ مساوی با کسر $\frac{2}{8}$ است، بنابراین می توانیم به جای مقایسه دو کسر $\frac{5}{12}$ و $\frac{1}{4}$ دو کسر $\frac{5}{12}$ و $\frac{3}{12}$ را با یکدیگر مقایسه کنیم. با توجه به این که از دو کسری که مخرج های برابر دارند آن کسری کوچک تر است که صورت کوچک تری داشته باشد، پس کسر $\frac{3}{12}$ کوچک تر است.

از طرفی می توان گفت کسر $\frac{1}{4}$ برابر نصف است زیرا صورت این کسر برابر نصف مخرجش است. چون صورت کسر $\frac{7}{13}$ از نصف مخرجش بیشتر است، پس مقدار این کسر از نصف بیشتر می باشد بنابراین کسر $\frac{7}{13}$ از کسر $\frac{1}{4}$ بزرگ تر است.

ساده کردن کسرها

ورود به مطلب

تا کنون دانش‌آموزان به کمک بخش‌پذیری و تقسیم کردن، کسرها را ساده می‌کردند اما در پایه ششم به روش نسبتاً جدیدی، کسرها را ساده می‌کنند.

به طور مثال برای ساده کردن کسر $\frac{18}{27}$ دانش‌آموز باید بداند که $18 = 2 \times 9$ و $27 = 3 \times 9$ است. بنابراین می‌توان در صورت کسر به جای ۱۸ عبارت مساوی آن یعنی 2×9 و در مخرج کسر به جای ۲۷ عبارت مساوی آن یعنی 3×9 را نوشت. حال چون در صورت و مخرج کسر عدد ۹ مشترک است و بین عددهای صورت و مخرج علامت ضرب قرار دارد پس می‌توان ۹ صورت را با ۹ مخرج ساده کرد و ساده شده کسر را به صورت $\frac{2}{3}$ نوشت.

توصیه‌های آموزشی

— در مورد ساده کردن کسرهایی مانند $\frac{36 \times 7}{3}$ از دانش‌آموزان سؤال کنید که ضرب کردن ساده‌تر است یا ساده کردن و بعد ضرب کردن، در این مورد در کلاس بحث کنید.

فعالیت



فعالیت پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش‌آموزان (کسره‌های مساوی و ساده کردن کسرها)

به تعداد دانش‌آموزان هر کلاس، روی کلاه‌های مقوایی، یک عدد کسری بنویسید به طوری که کسرها دوه‌دو با هم مساوی باشند. سپس هر کلاه را روی سر یک دانش‌آموز قرار دهید به طوری که هیچ‌کس کسر کلاه خود را نبیند. از دانش‌آموزان بخواهید بدون آن که با یک‌دیگر صحبت کنند کسر مساوی را پیدا کنند و آنها را به هم دیگر معرفی کنند. به این ترتیب کسر مربوط به خود را نیز توسط دیگران خواهند یافت.

حل مسئله

راہبرد رسم شکل

نگاہ کلی به درس

دانش آموزان در این درس توانایی استفاده از رسم شکل در حل برخی از مسائل را می آموزند و با راهبرد رسم شکل آشنا می شوند. توجه داشته باشید که در حل مسئله با راهبرد رسم شکل لازم نیست که دانش آموزان نقاش خوبی باشند بلکه با مدل سازی ساده می توان مسئله را حل کنند. مهمترین نکته در این موضوع این است که دانش آموزان به سمت مدل سازی صحیح برای حل مسائل هدایت شوند.

اهداف

- آشنایی دانش آموزان با راهبرد رسم شکل برای حل مسئله
- درک کاربرد رسم شکل و توانایی به کار گیری آن

توصیه های آموزشی

- دانش آموزان باید بیاموزند که در حل بعضی از مسئله های ریاضی، رسم شکل می تواند مسئله را تبیین کند و نیازی به نوشتن عملیات ریاضی نیست. البته در حل مسئله با راهبرد رسم شکل نیازی نیست دانش آموز نقاش خوبی باشد و یا شکلی بکشد که کاملاً مرتبط با موضوع مسئله است بلکه یک مدل و یا تصویری از آن کافی است.
- معلم بایستی راهبرد رسم شکل را همراه با حل مسئله به کمک دانش آموزان برای آنها توضیح دهد. سپس با حل مسائل متنوع توسط دانش آموزان با استفاده از این راهبرد توانایی به کار گیری از آن را در حل مسائل می آموزند.

درس سوم

جمع و تفریق

نگاه کلی به درس سوم

این درس به انجام عملیات جمع و تفریق روی کسرها می‌پردازد. در این درس دانش‌آموزان به کمک رسم شکل و یا محور اعداد، حاصل جمع یا تفریق را به دست می‌آورند که در اینجا دانش‌آموزان به صورت تصویری احساس نیاز به مخرج مشترک را پیدا می‌کنند. گسترده‌نویسی عددی باعث رشد درک عددی در آنان می‌شود. در این درس دانش‌آموزان با نمایش عددی جمع و تفریق عددها، ترکیب‌های مختلف یک کسر و حرکت از کسر به عدد مخلوط به کمک تقسیم آشنا می‌شوند و از ماشین ورودی و خروجی برای عملیات روی کسرها استفاده می‌کنند.

اهداف درس سوم

- کسب توانایی جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط (با استفاده از محور یا به صورت تصویری)
- کسب توانایی گسترده‌نویسی عدد مخلوط و استفاده از آن در جمع و تفریق کسرها
- نمایش جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط روی محور اعداد و یا به صورت تصویری
- استفاده از تفکیک یک کسر به چند کسر برای تبدیل کسر به عدد مخلوط

جمع و تفریق کسر

ورود به مطلب

تاکنون دانش‌آموزان به کمک هم مخرج کردن کسرها، کسرها را با هم جمع و تفریق می‌کردند اما در این درس به روش نسبتاً جدیدی، کسرها را به کمک محور اعداد با هم جمع و تفریق می‌کنند. برای انجام عمل جمع و تفریق کسرها به کمک محور اعداد بهتر است ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک کسرها را پیدا کنند سپس واحدهای محور اعداد را با توجه به مخرج مشترک کسرها به قسمت‌های مساوی تقسیم کنند و حاصل را به کمک محور اعداد به دست آورند. برای جمع یا تفریق عددهای مخلوط بدون کمک محور اعداد قسمت‌های صحیح را با هم و قسمت‌های کسری را با هم، جمع یا تفریق کنند تا حاصل عبارت به دست آید. برای پاسخگویی راحت‌تر ابتدا قسمت‌های صحیح و سپس قسمت‌های کسری را کنار هم بنویسند و در انتها جواب را تا حد امکان ساده کنند.

توصیه‌های آموزشی

– برای درک بهتر جمع و تفریق کسرها، از شکل‌هایی که با مقوا ساخته شده‌اند، استفاده کنید. بهتر است دانش‌آموزان خود با این شکل‌های مقوایی کار کنند تا مفاهیم را کشف کرده و حاصل را محاسبه کنند.

جمع و تفریق دو عدد مخلوط

ورود به مطلب

تاکنون دانش‌آموزان به کمک هم مخرج کردن کسرها و به کمک محور اعداد کسرها را با هم جمع و تفریق می‌کردند اما به روش نسبتاً جدیدی، کسرها را به کمک رسم شکل با هم جمع و تفریق می‌کنند. در تفریق عدد مخلوط اگر قسمت‌های کسری مقدار کسر دوم (عامل دوم تفریق) بیشتر از قسمت کسری، کسر اول (عامل اول تفریق) باشد، یک واحد کامل از قسمت صحیح کسر اول (عامل اول تفریق) را باز کنید و آن را به مقدار کسر اول (عامل اول تفریق) اضافه کنید سپس حاصل را محاسبه کنید.

توصیه‌های آموزشی

– به دانش‌آموزان یادآوری کنید که در جمع و تفریق اعداد مخلوط، بایستی به کوچک‌ترین مخرج مشترک کسرها توجه کنند. همچنین گسترده نویسی اعداد مخلوط کمک می‌کند تا دانش‌آموزان برای جمع و تفریق اعداد مخلوط قسمت‌های صحیح را با یک دیگر و قسمت‌های کسری را با یک دیگر جمع و یا تفریق کنند.



فعالیت‌های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش‌آموزان

فعالیت ۱: دانش‌آموزان یک شکل راروی مقوا بکشند و با استفاده از ابزار قیچی، قسمت‌های واحد کامل (مربع واحد) و قسمت‌های کسری (کسری از واحد کامل) را ببرند، با کنارهم قراردادن قسمت‌های کسری (در صورت امکان) واحد کامل، بسازند؛ سپس با جمع واحدهای کامل و کسری از واحد پاسخ را بیان کنند. (دست‌ورز)

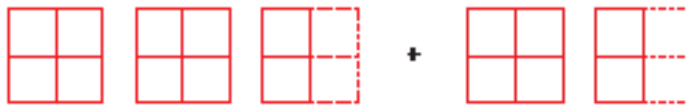
با استفاده از رسم شکل و شمردن واحدهای کامل و قسمت‌های کسری پاسخ را محاسبه کنند و حاصل را بیان کنند. (تصویری)

نحوه محاسبه جمع دو عدد مخلوط با رسم شکل را توضیح دهند تا قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال آنان بالا رود. (کلامی)

فعالیت ۲ (تشریح فعالیت صفحه ۱۳ کتاب درسی)

- ۱- برای رسم یک شکل واحد را مشخص کنند.
- ۲- ابتدا به اندازه عامل اول و سپس به اندازه عامل دوم جمع شکل بکشند.
- ۳- برای رسم شکل عامل اول جمع مثلاً $۲\frac{۱}{۲}$ ، به اندازه ۲ واحد کامل و $\frac{۱}{۲}$ واحد شکل بکشند.
- ۴- برای رسم شکل عامل دوم جمع مثلاً $۱\frac{۱}{۴}$ ، به اندازه ۱ واحد کامل و $\frac{۱}{۴}$ واحد شکل بکشند.
- ۵- با شمردن واحدهای کامل شکل‌های رسم شده حاصل واحدهای کامل را بیان کنند.
- ۶- با قرار دادن فرضی قسمت‌های کسری در کنار یک دیگر حاصل جمع قسمت‌های کسری را بیان کنند.
- ۷- با استفاده از موارد ۵ و ۶ حاصل جمع دو عدد مخلوط را بیان کنند.
- ۸- برخی از دانش‌آموزان به یک باره حاصل جمع را با کمک شکل (مجموع واحدهای کامل و قسمت‌های کسری) بیان می‌کنند.
- ۹- پس از به دست آوردن حاصل جمع با رسم شکل، پاسخ تساوی را بنویسند.

$$۲\frac{۱}{۲} + ۱\frac{۱}{۴} = ۳\frac{۳}{۴}$$



فعالیت ۳ (تشریح فعالیت صفحه ۱۳ کتاب درسی):

شکل راروی مقوا بکشید با استفاده از ابزار قیچی قسمت‌های واحد کامل (مربع واحد) و قسمت‌های کسری (کسری از واحد کامل) را ببرید، به اندازه ۱ واحد (قسمت صحیح کسر دوم) از واحدهای صحیح شکل بردارید. چون قسمت کسری عامل دوم از قسمت کسری عامل اول تفریق بزرگ‌تر است پس باید یک واحد کامل را باز کنید. سپس به اندازه قسمت کسری، عامل دوم ($\frac{۳}{۴}$) از قسمت کسری عامل اول ($\frac{۱}{۴}$) بردارید. با شمردن واحدهای کامل و قسمت‌های کسری باقیمانده شکل، حاصل تفریق را بیان کنید. (دست‌ورز)

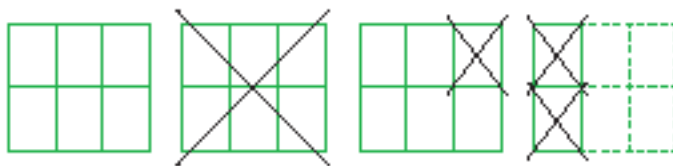
با استفاده از رسم شکل (به مقدار عامل اول تفریق) و خط زدن واحدهای کامل و قسمت‌های کسری عامل دوم تفریق پاسخ را محاسبه کنید و حاصل را بیان کنید. (تصویری)

نحوه محاسبه تفریق دو عدد مخلوط با رسم شکل را توضیح دهید تا قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال شما بالا رود. (کلامی)

هر دانش‌آموز باید فعالیت‌های دست‌ورز، تصویری و کلامی را انجام دهد تا به سطح مورد نظر برسد.

فعالیت ۴ (تشریح فعالیت صفحه ۱۳ کتاب درسی)

- ۱- برای رسم شکل، واحد را مشخص کنید.
- ۲- به اندازه عامل اول تفریق، شکل رسم کنید.
- ۳- برای رسم شکل عامل اول تفریق مثلاً $\frac{1}{3}$ ، به اندازه ۳ واحد کامل و $\frac{1}{3}$ واحد شکل رسم کنید.
- ۴- به اندازه عامل دوم تفریق مثلاً $\frac{1}{4}$ (۱ واحد کامل و $\frac{1}{4}$ واحد) باید از شکل خط بزنید.
- ۵- ابتدا به اندازه واحدهای کامل (قسمت صحیح) عامل دوم تفریق (در مثال بالا به اندازه ۱ واحد) از شکل خط می‌زنند.
- ۶- سپس به اندازه قسمت کسری عامل دوم تقسیم، (در مثال بالا به اندازه $\frac{1}{4}$ واحد) باید از شکل خط بزنند.
- ۷- با توجه به این که مخرج، قسمت کسری عامل اول (۳) با مخرج، قسمت کسری عامل دوم تفریق (۲) برابر نیست، بهتر است که کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر را محاسبه کنند (کوچک‌ترین مخرج مشترک این دو کسر ۶ می‌باشد).
- ۸- کسر مساوی عامل اول تفریق $\frac{2}{6} (= \frac{1}{3})$ و کسر مساوی عامل دوم تفریق $\frac{3}{6} (= \frac{1}{2})$ است.
- ۹- چون قسمت کسری عامل دوم از قسمت کسری عامل اول تفریق بزرگ‌تر است پس باید دانش‌آموزان یک واحد را باز کرده و به قسمت کسری عامل اول $(\frac{2}{6} + \frac{6}{6} = \frac{8}{6})$ تفریق اضافه کنند.
- ۱۰- حالا دانش‌آموزان به اندازه قسمت کسری، عامل دوم $(\frac{3}{6})$ از قسمت کسری عامل اول $(\frac{8}{6})$ خط می‌زنند.
- ۱۱- با شمردن واحدهای کامل و قسمت‌های کسری باقیمانده شکل، حاصل تفریق را بیان می‌کنند.
- ۱۲- پس از به دست آوردن حاصل تفریق با رسم شکل، پاسخ تساوی را می‌نویسند.



جمع و تفریق کسرها (از راه تجزیه و ترکیب صورت کسر)

رود به مطلب

تاکنون دانش‌آموزان به کمک هم مخرج کردن کسرها، محور اعداد و رسم شکل کسرها را با هم جمع و تفریق می‌کردند اما به روش نسبتاً جدیدی، کسرها را با هم جمع و تفریق می‌کنند. در تبدیل کسر به عدد مخلوط با استفاده از تقسیم کردن به نحوه تجزیه صورت باید توجه شود.

توصیه های آموزشی

– اگر تجزیه و تفکیک صورت کسرها برای دانش آموزان مشکل بود، بهتر است از آنها بخواهیم ابتدا هر عدد صحیح را تجزیه و تفکیک کنند. دانش آموزان در تجزیه یک کسر، صورت کسر را می توانند به روش های مختلف تجزیه کرده و سپس تجزیه های مختلف از کسر را بنویسند.

فعالیت



فعالیت های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش آموزان (تشریح فعالیت صفحه ۱۴ کتاب درسی)

۱- برای جمع و تفریق کسرهایی که مخرج برابر دارند یک مخرج را بنویسید و صورت ها را با هم جمع یا تفریق کنید.

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

۲- به مثال بالا توجه کنید، اگر از طرف راست عبارت بالا به طرف چپ حرکت کنید، می توانید یک کسر را به حاصل جمع یا تفریق دو یا چند کسر تبدیل کنید؛ بنابراین :

$$\frac{5}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{3}{7} + \frac{2}{7}$$

۳- بنابراین اگر صورت یک کسر را تفکیک کنید، می توانید یک کسر را به حاصل جمع یا تفریق دو یا چند کسر تبدیل کنید، به مثال زیر توجه کنید.

$$\frac{5}{7} = \frac{4+2-1}{7} = \frac{4}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{7} \quad ; \quad \frac{5}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{2}{7} + \frac{3}{7} \quad ; \quad \frac{5}{7} = \frac{7-5+3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{5}{7} + \frac{3}{7}$$

کسر $\frac{5}{7}$ را می توانید به صورت های دیگری نیز بنویسید.

۴- برای تجزیه و تفکیک صورت هر کسر می توانید از حالت های مختلف جمع و تفریق عددها بهره ببرید، بنابراین یک عدد (صورت کسر) را می توانید به روش های متفاوتی تجزیه کنید و کسرهایی حاصل را تفکیک نمایید.

ماشین با ورودی و خروجی : ماشین اول عددهای صحیح را طی سه مرحله با عملیات ریاضی به عدد صحیح دیگری که چهار واحد بیشتر است، تبدیل می کند اما ماشین دوم عددهای کسری را طی سه مرحله با عملیات ریاضی به عدد کسری دیگری که $\frac{2}{7}$ واحد بیشتر است، تبدیل می کند.

توصیه های آموزشی

– توصیه می شود ابتدا دانش آموزان حاصل ستون اول را محاسبه کنند، سپس حاصل ستون دوم را به دست آورند. از دانش آموزان بخواهید که بیان کنند ستون اول چگونه به ستون آخر تبدیل شده است. این کار قدرت استدلال آنها را بالا می برد.



فعالیت‌های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش‌آموزان

- ۱- بر روی برگه یا مقوا تصویر ماشین با ورودی و خروجی را رسم کنید.
- ۲- بر روی آن نایلون، چسب نواری، طلق شفاف و یا... بچسبانید. (دست‌ورز)
- ۳- حالا با مازیک عددهای دلخواه را روی خانه‌های ستون اول و فلش‌ها بنویسید.
- ۴- حدس بزنید که چگونه عددهای ستون اول به عددهای ستون آخر تبدیل می‌شوند.
- ۵- حالا محاسبه را انجام دهید و ستون‌های خالی ماشین را پر کنید. (تصویری)
- ۶- با مقایسه ستون اول و آخر بیان کنید چگونه عدد ستون آخر به دست آمده است؟
- ۷- حالا پاسخ خود را با حدسی که زده بودید مقایسه کنید.
- ۸- اگر پاسخ شما با حدستان یکی نبود، مجدداً مراحل را انجام دهید تا از صحت عملیات خود مطمئن شوید.
- ۹- می‌توانید با دوستان خود بحث و تبادل نظر کنید.
- ۱۰- مراحل انجام عملیات را توضیح دهید. (کلامی)
- ۱۱- تخته را پاک کنید و دوباره تمرین دیگری با عددهای جدید انجام دهید.

درس چهارم

ضرب و تقسیم

نگاه کلی به درس چهارم

در این درس دانش آموزان برای محاسبه ضرب کسرها و عدد مخلوط با روش جدیدی (مفهوم مساحت) آشنا می‌شوند. ضرب کسرها و عدد مخلوط با استفاده از روش مساحت، باعث بالا رفتن قدرت استدلال و درک تصویری نسبت به یک عبارت عددی می‌شود. در بحث تقسیم روش‌های متفاوت تقسیم کردن که در پایه‌های پایین‌تر آموخته‌اند، مجدداً یادآوری می‌شود. همچنین نمایش تصویری تقسیم دو کسر و محاسبه مخرج مشترک (برای انجام عملیات تقسیم) را می‌آموزند و درک خواهند کرد که به چه دلیل در تقسیم دو کسر با مخرج مشترک صورت اولی را بر صورت کسر دوم تقسیم می‌کنیم.

اهداف درس چهارم

- کسب توانایی ضرب و تقسیم کسر و عدد مخلوط
- کسب توانایی ضرب و تقسیم کسر و عدد مخلوط از طریق محاسبه مساحت، گسترده نویسی، شکل و محور اعداد

ضرب و تقسیم کسرها

ورود به مطلب

دانش آموزان در ضرب کسرها می توانند از مهارت کلامی استفاده کرده و سپس آن را تصویری نمایند. به عنوان نمونه یک سوم از یک چهارم در ضرب اعداد مخلوط دانش آموزان از مهارت گسترده نویسی اعداد مخلوط استفاده نموده سپس گسترده آن را در قالب تصویری ارائه نموده و سپس از آنها عملیات ضرب را می خواهیم. این فرایند باعث رشد درک تصویری دانش آموزان نسبت به مفهوم ضرب کسر و ضرب اعداد مخلوط می شود. دانش آموزان تقسیم ۸ بر ۲ را به راحتی می فهمند اما ممکن است در درک تقسیم ۸ بر $\frac{1}{4}$ با مشکل مواجه باشند. به عنوان نمونه بیان جملاتی مانند «۸ واحد چند تا $\frac{1}{4}$ واحد می شود» در درک بهتر مفهوم تقسیم مؤثر است.

توصیه های آموزشی

– توجه داشته باشید که در تقسیم دو کسر با مخرج غیر مساوی چه نمایش آن تصویری باشد چه غیر تصویری بایستی ابتدا آنها را هم مخرج نموده بعد عملیات تقسیم را انجام دهیم. فعالیت های دست ورزی می تواند به درک بهتر دانش آموزان نسبت به فرایند عمل ضرب و تقسیم کسر و عدد مخلوط کمک کند.

ضرب کسرها (به روش مساحتی)

ورود به مطلب

تاکنون دانش آموزان برای محاسبه ضرب دو کسر کوچک تر از واحد با رسم شکل، ابتدا شکلی به اندازه یک واحد رسم و به مقدار کسر دوم (عامل دوم ضرب) از شکل را رنگ می کردند. حالا به مقدار کسر اول (عامل اول ضرب) از شکل را رنگ می کردند. قسمت هایی که دو بار رنگ شده است برابر حاصل ضرب دو کسر است. اما در پایه ششم به روش نسبتاً جدیدی (رسم شکل به روش مساحت) ضرب کسرها را انجام می دهند.

توصیه های آموزشی

– دانش آموزان باید پس از محاسبه حاصل ضرب دو عدد مخلوط به روش مساحتی، حاصل ضرب این دو عدد را به روش تبدیل به کسر نیز به دست آورند و جواب ها را با هم مقایسه کنند. این کار باعث افزایش توانایی استدلال در دانش آموز می شود.

– دانش آموزان در ضرب کسرها می توانند از مهارت کلامی استفاده کرده و سپس آن را تصویری کنند، به عنوان نمونه یک سوم از یک چهارم.



فعالیت‌های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش‌آموزان

فعالیت ۱ (تشریح فعالیت صفحه ۱۶ کتاب درسی)

- ۱- می‌خواهیم به طور مثال حاصل ضرب $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ را به روش مساحتی به دست آوریم.
- ۲- حاصل $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ می‌تواند برابر مساحت چهارضلعی باشد که طول آن برابر $\frac{1}{3}$ واحد و عرض آن برابر $\frac{1}{4}$ واحد است.
- ۳- ابتدا مربع واحد را رسم کنید. (به طور مثال مربعی رسم کنید که طول هر ضلع آن ۱۲ سانتی‌متر باشد).
- ۴- یکی از اضلاع مربع واحد (مثلاً ضلع افقی آن) را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و مقدار $\frac{1}{3}$ را روی آن نشان دهید.
- ۵- یکی از اضلاع مجاور ضلع انتخابی مورد ۴ (مثلاً ضلع افقی آن) را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده و مقدار $\frac{1}{4}$ را روی آن نشان دهید.
- ۶- مساحت قسمتی از شکل را که طول آن برابر $\frac{1}{3}$ و عرض آن برابر $\frac{1}{4}$ واحد است را مشخص کنید. (مثلاً با رنگ کردن)
- ۷- مقدار مساحت قسمت رنگ شده $(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4})$ برابر $\frac{1}{12}$ است.

فعالیت ۲: هر دانش‌آموز باید فعالیت‌های دست‌ورز، تصویری و کلامی را انجام دهد تا به سطح مورد نظر برسد.

شکل راروی مقوا بکشند با استفاده از ابزار قیچی قسمت‌های واحد کامل (مربع واحد) و قسمت‌های کسری (کسری از واحد کامل) را ببرند، با کنارهم قراردادن قسمت‌های کسری (در صورت امکان) واحد کامل، بسازند؛ سپس با جمع واحدهای کامل و کسری از واحد پاسخ رایبان کنند. (دست‌ورز)

با استفاده از رسم شکل، اندازه مساحت هر چهار ضلعی (۶ شکل بالا) را محاسبه کنند و حاصل را بیان کنند. (تصویری)

نحوه محاسبه ضرب دو عدد مخلوط به روش مساحتی را توضیح دهند تا قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال آنان بالا رود.

(کلامی)

فعالیت ۳ (تشریح فعالیت صفحه ۱۶ کتاب درسی)

- ۱- می‌خواهیم به طور مثال حاصل ضرب $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4}$ را به روش مساحتی به دست آوریم.
- ۲- حاصل $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4}$ می‌تواند برابر مساحت چهارضلعی باشد که طول آن برابر $2\frac{1}{3}$ واحد و عرض آن برابر $1\frac{1}{4}$ واحد است.
- ۳- می‌دانیم که $2\frac{1}{3} = 1 + 1 + \frac{1}{3}$ و $1\frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$ است.
- ۴- ابتدا مربعی به ضلع یک واحد انتخاب کنید. (به طور مثال مربعی انتخاب کنید که طول هر ضلع آن ۶ سانتی‌متر باشد).
- ۵- با توجه به واحد انتخابی چهارضلعی به طول $2\frac{1}{3}$ واحد یعنی $1 + 1 + \frac{1}{3}$ و به عرض $1\frac{1}{4}$ واحد یعنی $1 + \frac{1}{4}$ رسم می‌کنیم. (همانند شکل زیر)
- ۶- با رسم خط واحدهای کامل و قسمت‌های کسری شکل را مشخص کنید.
- ۷- مساحت هر قسمت از شکل را محاسبه کنید. (همانند شکل زیر)
- ۸- مجموع مساحت‌ها برابر حاصل ضرب دو عدد مخلوط $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4}$ (طول $\times$ عرض) است.

تقسیم عدد صحیح بر عدد کسری به کمک محور اعداد

ورود به مطلب

برای انجام تقسیم (مفهوم اول یا دوم) می توانند از محور اعداد استفاده کنند. اما در پایه ششم به روش نسبتاً جدیدی تقسیم عدد صحیح بر عدد کسری را روی محور انجام می دهند.

توصیه های آموزشی

برای درک مفهوم تقسیم می توانید از مثال های زیر استفاده کنید :

مثال اول : ۸ شکلات را به دسته های ۲ تایی تقسیم کردیم، چند دسته شد؟ (۴ دسته)

مثال دوم : ۸ بادکنک داریم ؛ می خواهیم به هر نفر ۲ بادکنک بدهیم، این بادکنک ها به چند نفر می رسد؟ (۴ نفر)

مثال سوم :

بنابراین اگر ۸ تا دایره (یا هر چیز دیگری) داشته باشیم و بخواهیم آن را دو تا دو تا دسته بندی کنیم، ۴ دسته به دست می آید، پس،

$$8 \div 2 = 4$$

می نویسیم :

فعالیت



فعالیت های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش آموزان

فعالیت (تشریح فعالیت صفحه ۱۷ کتاب درسی): دانش آموزان می توانند فعالیت های دست ورز، تصویری و کلامی را انجام دهند تا به سطح مورد نظر برسند. به طور مثال برای تقسیم $(8 \div \frac{1}{4} =)$ می توانند مراحل زیر را انجام دهند.

نوار کاغذی به طول ۸ واحد و عرض ۱ سانتی متر تهیه کنید. ابتدا نوار کاغذی را با تا کردن به ۸ قسمت مساوی تقسیم کنید. سپس هر واحد را به دو قسمت مساوی $(\frac{1}{4})$ تقسیم کنید. تعداد قسمت ها را بشمارید تا پاسخ تقسیم $(8 \div \frac{1}{4} =)$ را به دست آورید. (دست ورز)

با استفاده از خط کش و رسم محور اعداد و تقسیم بندی محور (به اندازه واحد و نصف واحد)، تعداد $\frac{1}{4}$ ها، در ۸ واحد کامل را محاسبه کنید و حاصل را بیان کنید. (تصویری)

نحوه محاسبه تقسیم $(8 \div \frac{1}{4} =)$ به کمک محور اعداد را توضیح دهند تا قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال آنان بالا رود. (کلامی)

تقسیم عدد کسری بر عدد صحیح به کمک راهبرد رسم شکل

برای انجام تقسیم (مفهوم اول یا دوم) می‌توانند از محور اعداد استفاده کنند. اما در پایه ششم به روش نسبتاً جدیدی تقسیم عدد صحیح بر عدد کسری را روی محور انجام می‌دهند.

توصیه‌های آموزشی

برای درک مفهوم تقسیم می‌توانید از مثال‌های زیر استفاده کنید :

مثال اول : اگر ۶ سنجاق را به سه دسته مساوی تقسیم کنیم در هر دسته چند سنجاق خواهیم داشت؟ (۲ سنجاق)

مثال دوم : زهرا از گل فروشی ۱۰ شاخه گل خریده است. او می‌خواهد این گل‌ها را به‌طور مساوی در دو گلدان بگذارد.

او در هر گلدان چند شاخه گل باید بگذارد؟ (۵ گل)

مثال سوم :

در این فعالیت از دانش‌آموزان خواسته شده است که عملکرد خود را توضیح دهند. این کار باعث تقویت قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال آنان می‌شود.

فعالیت



فعالیت زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود (تشریح فعالیت صفحه ۱۷ کتاب درسی)



- ۱- می‌خواهیم به‌طور مثال جواب تقسیم $(\frac{1}{3} \div 3 =)$ را به کمک شکل به دست آوریم.
- ۲- با توجه به این که $\frac{1}{3}$ کسر کوچک‌تر از واحد است، شکل یک واحد کامل را بکشید.
- ۳- مقدار $\frac{1}{3}$ را روی شکل نشان دهید. (با رنگ کردن)
- ۴- با توجه به این که می‌خواهیم $\frac{1}{3}$ را بین ۳ نفر (۳ دسته) تقسیم کنیم، بنابراین روی شکل $\frac{1}{3}$ را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنید. (کل شکل به ۶ قسمت مساوی تقسیم می‌شود که ۳ قسمت آن رنگی است.)
- ۵- هر قسمت از ۳ قسمت رنگی شکل نشان‌دهنده سهم هر نفر یا مقدار هر دسته می‌باشد.
- ۶- با توجه به شکل، جواب تقسیم $(\frac{1}{3} \div 3)$ برابر $\frac{1}{9}$ است.

تقسیم عدد کسری بر عدد کسری

ورود به مطلب

مفهوم سازی برای این مورد که به چه دلیل در تقسیم دو کسر با مخرج مشترک، صورت اولی را بر صورت کسر دوم تقسیم می کنیم. از دانش آموزان خواسته شود که با پاسخگویی به سئوالات مطرح شده عملکرد خود را توضیح دهند. این کار باعث تقویت قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال آنان می شود. دانش آموزان می توانند با یکی کردن مخرج ها و به کمک شکل جواب تقسیم را به دست می آورند. پاسخ این تقسیم (تقسیم دو کسر) پس از هم مخرج کردن کسرها مساوی با تقسیم صورت کسر اول بر صورت کسر دوم است بنابراین برای محاسبه تقسیم دو کسر با مخرج غیر مساوی ابتدا آنها را هم مخرج می کنیم، سپس صورت کسر اول را بر صورت کسر دوم تقسیم می کنیم.

توصیه های آموزشی

برای درک مفهوم تقسیم می توانید از مثال های زیر استفاده کنید :

مثال اول : $\frac{6}{7}$ متر پارچه داریم، می خواهیم با این مقدار پارچه، دستمال بدوزیم. اگر برای دوخت هر دستمال $\frac{2}{7}$ پارچه لازم داشته باشیم، با این مقدار پارچه، چند دستمال می توانیم بدوزیم؟ (۳ دستمال)

مثال دوم :

فعالیت



فعالیت های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش آموزان

فعالیت ۱ (تشریح فعالیت صفحه ۱۷ کتاب درسی): دانش آموزان می توانند فعالیت های دست ورز، تصویری و کلامی را انجام دهند تا به سطح مورد نظر برسند.

یک صفحه طلق یا کاغذ پوستی (شفاف) روی شکل کتاب قرار دهید و شکل فعالیت را روی آن بکشید. مقدار $\frac{6}{7}$ را با رنگ کردن روی شکل نشان دهید. دور شکل را ببرید و قسمت رنگی آن را $\frac{2}{7}$ ، $\frac{2}{7}$ جدا کنید؛ حالا بیان کنید کسر $\frac{6}{7}$ از چند تا $\frac{2}{7}$ تشکیل شده است؟ ۳ تا. یعنی پاسخ تقسیم $(\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = 3)$ برابر $(6 \div 2)$ و مساوی ۳ است. (دست ورز)

با استفاده از شکل تمرین و قسمت های رنگ شده آن، پاسخ تمرین را محاسبه کنید و حاصل را بیان کنید. (تصویری)

با کمک شکل علت این که، چرا اگر مخرج کسرها مساوی باشد کافی است، صورت ها را برهم تقسیم کنیم را توضیح دهید تا قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال شما بالا رود. (کلامی)

فعالیت ۲ (تشریح فعالیت صفحه ۱۷ کتاب درسی)

- ۱- می‌خواهیم به‌طور مثال جواب تقسیم $(\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} =)$ را به کمک شکل به دست آوریم.
- ۲- با توجه به این که $\frac{6}{7}$ کسر کوچک تراز واحد است، شکل یک واحد کامل را بکشید.
- ۳- مقدار $\frac{6}{7}$ را روی شکل نشان دهید. (با رنگ کردن)
- ۴- با توجه به این که می‌خواهیم $\frac{6}{7}$ را به دسته‌های $\frac{2}{7}$ تقسیم کنیم، بنابراین روی شکل $\frac{6}{7}$ را $\frac{2}{7}$ ، $\frac{2}{7}$ تقسیم کنید.
- ۵- به ۳ تا $\frac{2}{7}$ تقسیم می‌شود.
- ۶- با توجه به شکل، جواب تقسیم $(\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} =)$ برابر ۳ است. یعنی پاسخ تقسیم $(\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} =)$ برابر $(6 \div 2)$ و مساوی ۳ است.

ماشین ورودی و خروجی : دانش‌آموزان پایه ششم با این نوع ماشین آشنا هستند و ارتباط بین ستون اول و آخر چنین ماشینی را با عملیات جمع و تفریق محاسبه کرده‌اند اما ارتباط بین ستون اول و آخر ماشین را با عملیات ضرب و تقسیم محاسبه نکرده‌اند. ماشین اول عددهای صحیح را طی سه مرحله با عملیات ریاضی به عدد صحیح دیگری به مقدار $(\square \times 4 \times 3 \div 6)$ تبدیل می‌کند اما ماشین دوم عددهای کسری را طی سه مرحله با عملیات ریاضی به عدد دیگری به مقدار $(\square \times 2 \div 3 \times 4)$ تبدیل می‌کند.

توصیه‌های آموزشی

— توصیه می‌شود ابتدا دانش‌آموزان حاصل ستون اول را محاسبه کنند، سپس حاصل ستون دوم را به دست آورند. از دانش‌آموزان بخواهید که بیان کنند ستون اول چگونه به ستون آخر تبدیل شده است. این کار قدرت استدلال آنها را بالا می‌برد.

فعالیت



فعالیت‌های پیشنهادی جهت درک بهتر مفهوم توسط دانش‌آموزان

- ۱- بر روی برگه یا مقوا تصویر ماشین با ورودی و خروجی را رسم کنید.
- ۲- بر روی آن نایلون، چسب نواری، طلق شفاف و یا... بچسبانید. (دست‌ورز)
- ۳- حالا با مازیک عددهای دلخواه را روی خانه‌های ستون اول و فلش‌ها بنویسید.
- ۴- حدس بزنید که چگونه عددهای ستون اول به عددهای ستون آخر تبدیل می‌شوند.
- ۵- حالا محاسبه را انجام دهید و ستون‌های خالی ماشین را پر کنید. (تصویری)
- ۶- با مقایسه ستون اول و آخر بیان کنید چگونه عدد ستون آخر به دست آمده است.
- ۷- حالا پاسخ خود را با حدسی که زده بودید مقایسه کنید.
- ۸- اگر پاسخ شما با حدستان یکی نبود، مجدداً مراحل را انجام دهید تا از صحت عملیات خود مطمئن شوید.
- ۹- می‌توانید با دوستان خود بحث و تبادل نظر کنید.
- ۱۰- مراحل انجام عملیات را توضیح دهید. (کلامی)
- ۱۱- تخته را پاک کنید و دوباره تمرین دیگری با عددهای جدید انجام دهید.

عددهای اعشاری

فصل

۲



عددهای اعشاری

نگاه کلی به درس اول

در این درس دانش آموزان نمایش اعشاری عددها به کمک شکل، کسر اعشاری، روی محور اعداد و جدول ارزش مکانی را نشان می‌دهند و درک می‌کنند که کسر، عدد مخلوط و عدد اعشاری سه نمایش مختلف از یک مقدار هستند. برای نمایش پیوسته اعداد اعشاری از محور اعداد استفاده می‌کنند. هر کسر کوچک‌تر از واحد را به صورت کسر اعشاری و عدد اعشاری نشان می‌دهند. عددهای اعشاری را به صورت گسترده می‌نویسند؛ گسترده نویسی باعث درک مفهومی، استدلال عددی و همچنین افزایش قدرت محاسبات ریاضی دانش آموزان می‌شود. دانش آموزان با دو شکل نماد اعشاری آشنا می‌شوند و کاربرد آن را در زندگی روزمره درک می‌کنند.

اهداف درس اول

- درک اعداد اعشاری و توانایی ارائه نمایش اعشاری اعداد
- گسترش و عمق‌دهی مفهوم عددهای اعشاری
- درک اینکه عددهای اعشاری نمایشی از عددهای کسری یا عدد مخلوط هستند که مخرج آن کسرهای ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ... (توانی از ده) است.
- شناخت نماد جدید ممیز (/ یا .)

نمایش اعشاری عددها

ورود به مطلب

ابتدا با اندازه‌گیری طولی اشیاء و با ابزار طولی (خط کش یا متر)، اندازه طول اشیاء را با واحد مشخص و به صورت کسر، عدد مخلوط و عدد اعشاری بیان می‌کنند. نقطه مشخص شده روی محور اعداد را به صورت کسر، عدد مخلوط و عدد اعشاری بیان می‌کنند. برای بیان عدد اعشاری به صورت طولی و پیوسته (به وسیله خط کش یا محور اعداد) لازم است، واحد را به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا... (توانی از ده) قسمت کنند. برای بیان عدد اعشاری به صورت واحد گسسته با رسم شکل لازم است، واحدها را به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ قسمت کنند. واحد یا عدد یک به صورت دسته‌های ۱۰ تایی (یک بسته ده تایی)، ۱۰۰ تایی (۱۰ بسته ۱۰ تایی) و ۱۰۰۰ تایی [به شکل مکعب و یا گسترده مکعب (۱۰ بسته ۱۰۰ تایی)] مشخص شده است. با شمارش واحدهای کامل و قسمت کسری هر شکل، عدد مربوط به هر شکل را با توجه به واحد معرفی شده به صورت کسر، عدد مخلوط و عدد اعشاری بیان می‌کنند.

برای بیان عدد هر دسته نیز می‌توانند از روش گسترده نویسی (مثلاً $2\frac{3}{10} = 2 + \frac{3}{10} = 2 + 0.3 = 2.3$) استفاده کنند، این عمل باعث بالارفتن قدرت استدلال و درک بهتر در دانش‌آموزان می‌شود. عددهای اعشاری نمایشی از عددهای کسری یا عددهای مخلوط هستند که مخرج آن کسرها، عددهای ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ است. هر کسر را می‌توان به صورت کسر اعشاری نشان داد، به شرطی که بتوانیم کسری مساوی با آن بنویسیم که مخرجش ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ باشد.

توصیه‌های آموزشی

- توجه دانش‌آموزان را به واحد یا عدد یک جلب کنید که عدد با توجه به واحد آن معرفی می‌شود.
- از آنها بخواهید که گسترده عدد را بنویسند، گسترده نویسی اعداد اعشاری به درک بهتر نسبت به اعداد اعشاری کمک می‌کند.
- توصیه می‌شود دانش‌آموزان عددهای اعشاری را به کمک محور اعداد نمایش دهند. این کار هم در مقایسه اعداد اعشاری با یکدیگر و هم در درک بهتر اعداد اعشاری کمک می‌کند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

برگه‌ای همانند فعالیت ۱ صفحه ۲۴ تهیه کنید (می‌توانید از این صفحه کتاب کپی بگیرید).

از دانش‌آموزان بخواهیم ابتدا واحد را قیچی کنند و آن را رنگ نمایند سپس شکل‌ها را قیچی نمایند. حالا شکل‌های قیچی شده را روی واحد قرار دهند و عدد مربوط به هر شکل را بیان کنند. (دست ورز)

دانش‌آموزان با مقایسه هر شکل با واحد، عدد مربوط، کسر‌ها و عددهای اعشاری مساوی با آن را بیان می‌کنند. (تصویری)

چگونگی انجام فعالیت، نوشتن کسر‌ها و عددهای اعشاری مساوی را توضیح می‌دهند (کلامی). توضیح دادن باعث قدرت ارتباط کلامی در دانش‌آموزان می‌شود و توانایی استدلال آنها را بالا می‌برد.

هر دانش‌آموز باید فعالیت‌های دست‌ورز، تصویری و کلامی را انجام دهد تا به سطح موردنظر برسد.

مقایسه عددهای اعشاری

ورود به مطلب

ابتدا قسمت صحیح عددهای اعشاری را با هم مقایسه می‌کنند و هر عددی که قسمت صحیح آن بیشتر باشد، بزرگتر است. اگر قسمت صحیح عددهای اعشاری با هم برابر باشد برای مقایسه دو عدد، قسمت اعشاری را با هم مقایسه می‌کنند. برای مقایسه قسمت اعشاری، با توجه به ارزش مکانی رقم‌های آن ابتدا دهم‌ها و سپس صدم‌ها، هزارم‌ها، ده هزارم‌ها و ... را با یکدیگر مقایسه می‌کنند و علامت مناسب را بین دو عدد قرار می‌دهند.

توصیه‌های آموزشی

— اگر دانش‌آموزان در درک مقایسه اعداد اعشاری دچار مشکل بودند می‌توانید از آنها بخواهید برای عددهای اعشاری شکل بکشند و سپس عددها را با یکدیگر مقایسه کنند.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

عددها را در دو رنگ (سیاه برای جزء صحیح و قرمز برای جزء اعشاری) روی کارت‌های مقوایی بنویسید. از چند دانش‌آموز بخواهید به جلوی کلاس بیایند و کارت‌ها را در دست بگیرند و عددهای اعشاری را با هم مقایسه کنند. قسمت‌های صحیح با هم (سیاه) و قسمت‌های اعشاری با هم (قرمز).

جمع عددهای اعشاری (به کمک محور اعداد)

ورود به مطلب

از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از اطلاعات خود حاصل را به کمک محور اعداد محاسبه کنند.

توصیه‌های آموزشی

- دانش‌آموزان ممکن است در نمایش عدد اعشاری روی محور اعداد مشکل داشته باشند. با انجام تمرین‌های متنوع نحوه نمایش عدد اعشاری را روی محور اعداد به دانش‌آموزان آموزش دهید.
- پس از کشیدن محور حتماً جهت محور را روی آن نشان دهند و آن را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنند.
- با توجه به مخرج هر کسر می‌توانید واحدها را به قسمت‌های مساوی (۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و...) تقسیم کنید. مثلاً اگر مخرج کسر شما ۱۰ است هر واحد محور را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنید.
- اگر دانش‌آموزان در درک مقایسه اعداد اعشاری دچار مشکل بودند می‌توانید از آنها بخواهید برای عددهای اعشاری شکل بکشند و سپس عددها را با یکدیگر مقایسه کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- به کمک چوب، نخ و... محور اعداد بسازید. واحد مورد نظر خود را انتخاب کنید.
- محور را با واحد انتخابی به قسمت‌های مساوی (۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و...) تقسیم کنید. یک عدد اعشاری انتخاب کنید و آن را روی محور اعداد نشان دهید.
- با دوستان خود مسابقه دهید. به گروه‌های دو نفره تقسیم شوید. ابتدا نفر اول یک عدد اعشاری بیان کند و نفر دوم آن را روی محور اعداد نشان دهد سپس نفر دوم یک عدد اعشاری بیان کند و نفر اول آن را روی محور اعداد نشان دهد. این کار را ادامه دهید و هر فردی که بیشترین پاسخ درست را داده باشد برنده است.
- هدف:** مقایسه عددهای اعشاری با یک مقدار مشخص (نیم): مقایسه عددهای اعشاری با یک مقدار مشخص (نصف) که باعث بالا رفتن قدرت استدلال در دانش‌آموزان می‌شود. دانش‌آموزان واحدهای ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ را انتخاب کنند و آنها را به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ قسمت مساوی تقسیم کنند. سپس با تا کردن، واحدها را نصف کنند. شکل هر عدد اعشاری را رسم کرده و با نصف واحد مورد نظر مقایسه کنند.

توصیه‌های آموزشی

- به کمک تصاویر مقوایی و تا زدن، مفهوم نیم را یادآوری کنید. نصف برابر $\frac{1}{2}$ یا $\frac{5}{10}$ یا $\frac{50}{100}$ یا... است.
- عدد اعشاری از نصف کمتر است که قسمت صحیح آن برابر صفر باشد و قسمت اعشاری آن از $\frac{5}{10}$ یا $\frac{50}{100}$ یا... کمتر باشد.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

یک واحد انتخاب کنید، آن را به کمک نوار کاغذی نشان دهید. نوار کاغذی را با تا کردن به دو قسمت مساوی تقسیم کنید. هر قسمت نمایانگر $\frac{1}{2}$ است. حالا با نشان دادن محل هر کسر روی نوار کاغذی و مقایسه آن با نصف واحد می‌توان کسرها را با یکدیگر مقایسه کرد.

معرفی شکل‌های مختلف نماد ممیز

در نوشتن عددهای اعشاری در زبان انگلیسی به جای ممیز (/)، از نقطه (.) استفاده می‌کنند.

توصیه‌های آموزشی

– توجه دانش‌آموزان را به ممیز روی ماشین حساب و ممیزی که در کتاب از آن استفاده می‌شود جلب کنید.
از دانش‌آموزان بخواهید به ممیز بین عددهای فاکتورهای خرید از میوه و تره بار، فروشگاه‌ها و... توجه کنند.

جمع، تفریق و ضرب عددهای اعشاری (صفحات ۲۶ الی ۲۹)

نگاه کلی به درس دوم

در این درس دانش آموزان به کمک محور اعداد و با استفاده از جدول ارزش مکانی عملیات جمع و تفریق و ضرب عددهای اعشاری را انجام می‌دهند. آنان توانایی انجام عملیات جمع و تفریق و ضرب عددهای اعشاری به شکل‌های متفاوت (تبدیل عدد اعشاری به کسر و سپس انجام عملیات تبدیل عدد اعشاری به عدد مخلوط و انجام عملیات گسترده‌نویسی عدد اعشاری و انجام عملیات وارد کردن عدد اعشاری به جدول ارزش مکانی و یا بدون جدول ارزش مکانی و انجام عملیات ستونی جمع یا تفریق) را می‌آموزند. همچنین تغییر مکان ممیز در ضرب عددهای اعشاری و عددهای ۰٫۱، ۱٫۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰ را آموخته و توانایی به کارگیری عملیات فوق را در حل مسائل پیرامونی کسب می‌کنند.

اهداف درس دوم

- کسب توانایی جمع و تفریق و ضرب عددهای اعشاری
- نمایش جمع و تفریق عددهای اعشاری به صورت تصویری، روی محور اعداد، در جدول ارزش مکانی و گسترده‌نویسی
- نمایش ضرب عددهای اعشاری به صورت تصویری، تبدیل به کسر اعشاری، به کمک جدول ارزش مکانی یا بدون جدول ارزش مکانی

جمع و تفریق عددهای اعشاری به کمک محور اعداد

توصیه‌های آموزشی

– در جمع، خاصیت جابه‌جایی وجود دارد بنابراین $\frac{2}{71} + \frac{3}{14} = \frac{2}{71} + \frac{3}{14}$. در نوشتن جمع و تفریق‌های متناظر توجه داشته باشید که همیشه عامل دوم ثابت است. دانش‌آموزان در انجام عملیات جمع و تفریق چه به صورت تصویری و چه روی محور اعداد به محل عدد یک که نشان‌دهنده واحد کامل است باید توجه کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

فعالیت ۱:

- ۱- ابتدا واحد را مشخص می‌کنند.
- ۲- برای نشان دادن عدد اعشاری واحدها را به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ قسمت تقسیم می‌کنند.
- ۳- برای نشان دادن دهم، واحد را به ۱۰ تا ۱۰۰، برای نشان دادن صدم واحد را به ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنند.
- ۴- برای جمع یا تفریق دو عدد اعشاری ابتدا روی محور اعداد از مبدأ به اندازه عامل اول جمع یا تفریق جلو می‌روند.
- ۵- برای نشان دادن عامل اول مثلاً $\frac{2}{3}$ ، به اندازه $\frac{2}{3}$ یعنی ۲ واحد و $\frac{1}{3}$ واحد جلو می‌روند.
- ۶- به اندازه عامل دوم جمع روی محور اعداد (از نقطه انتهای عامل اول) به جلو می‌روند.
- ۷- به اندازه عامل دوم تفریق روی محور اعداد (از نقطه انتهای عامل اول) به عقب برمی‌گردند. ابتدا به اندازه قسمت صحیح (واحد) و سپس به اندازه قسمت اعشاری به جلو یا عقب می‌روند.
- ۸- برخی از دانش‌آموزان برای نشان دادن عامل دوم جمع یا تفریق این گونه فکر می‌کنند که ابتدا به اندازه قسمت اعشاری و سپس به اندازه قسمت صحیح (واحد) به جلو یا عقب می‌روند.

۹- پس از به دست آوردن حاصل جمع یا تفریق عددهای اعشاری به کمک محور، پاسخ تساوی را می‌نویسند.

فعالیت ۲: برای نشان دادن جمع و تفریق عددهای اعشاری روی شکل این گونه عمل کنید :

- ۱- ابتدا باید واحد را مشخص کنید.
- ۲- برای نشان دادن عدد اعشاری با رسم شکل لازم است، واحدها را به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ قسمت کنید.
- ۳- واحد یا عدد یک به صورت دسته ۱۰ تایی (یک دسته ده تایی)، ۱۰۰ تایی (۱۰ دسته ۱۰ تایی) مشخص کنید.

- ۴- برای جمع دو عدد اعشاری ابتدا قسمت صحیح عدد و سپس قسمت اعشاری هر شکل را با هم جمع کرده و عدد مربوط به هر شکل را با توجه به واحد معرفی شده به صورت عدد اعشاری بیان می کنند.
- ۵- برای تفریق دو عدد اعشاری ابتدا قسمت صحیح عدد و سپس قسمت اعشاری هر شکل را با خط زدن از یکدیگر کم کنید و عدد مربوط به هر شکل را با توجه به واحد معرفی شده به صورت عدد اعشاری بیان می کنند.
- ۶- پس از به دست آوردن حاصل جمع یا تفریق عددهای اعشاری به کمک شکل، پاسخ تساوی را می نویسند.

ضرب عددهای اعشاری

دانش آموزان در سال گذشته با ضرب عددهای اعشاری آشنا شده اند. بنابراین می توانید برای نشان دادن ضرب عددهای اعشاری روی شکل این گونه عمل کنید: ابتدا باید واحد را مشخص کنید. برای نشان دادن عدد اعشاری با رسم شکل لازم است، واحدها را به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ قسمت کنید. واحد یا عدد یک به صورت یک دسته ۱۰ تایی (یک دسته ده تایی)، ۱۰۰ تایی (۱۰ دسته ۱۰ تایی) مشخص کنید. پس از به دست آوردن حاصل ضرب عددهای اعشاری به کمک شکل، پاسخ تساوی را بنویسند.

توصیه های آموزشی

– دانش آموزان کلاس ششم در سال گذشته با ضرب عددهای اعشاری به روش تبدیل کسر اعشاری آشنا شده اند. در انجام عملیات ضرب عددهای اعشاری با استفاده از جمع مساحت ها، توجه آنها را به انجام عملیات، نظیر فصل اول جلب کنید. برای ضرب دو عدد اعشاری کافی است بدون در نظر گرفتن ممیزها ابتدا دو عدد را (مانند دو عدد صحیح) در هم ضرب کنند سپس به مجموع تعداد ممیزها (مجموع ممیزهای عامل اول و دوم ضرب) در حاصل ضرب ممیز بزنیم. این کار باعث افزایش توانایی استدلال در دانش آموز می شود. دانش آموز باید پس از محاسبه حاصل ضرب دو عدد اعشاری به روش مساحتی، حاصل ضرب این دو عدد را به روش دیگری به دست آورد و جواب ها را مقایسه کند.

فعالیت



فعالیت های زیر جهت افزایش مهارت در دانش آموزان توصیه می شود.

- فعالیت ۱:** می خواهیم به طور مثال حاصل ضرب $\frac{2}{1} \times \frac{1}{4}$ را به روش مساحتی به دست آوریم.
- ۱- حاصل $\frac{2}{1} \times \frac{1}{4}$ می تواند برابر مساحت چهار ضلعی باشد که طول آن برابر $\frac{2}{1}$ واحد و عرض آن برابر $\frac{1}{4}$ واحد است.
- ۲- می دانیم که $\frac{1}{4} = 1 + 0/4$ و $\frac{2}{1} = 1 + 1 + 0/1$ است.
- ۳- ابتدا مربعی به ضلع واحد انتخاب کنید. (به طور مثال مربعی انتخاب کنید که طول هر ضلع آن ۱۰ سانتی متر باشد).
- ۴- با توجه به واحد انتخابی چهار ضلعی به طول $\frac{2}{1}$ واحد یعنی $1 + 1 + 0/1$ و به عرض $\frac{1}{4}$ واحد یعنی $0/4 + 1$ رسم می کنیم (همانند شکل زیر).

۵- با رسم خط، واحدهای کامل و قسمت‌های اعشاری شکل را مشخص کنید.

۶- مساحت هر قسمت از شکل را محاسبه کنید. (همانند شکل زیر)

۷- مجموع مساحت‌ها برابر حاصل ضرب دو عدد مخلوط $\frac{2}{1} \times \frac{1}{4}$ (طول $\times$ عرض) است.

فعالیت ۲: هر دانش‌آموز باید فعالیت‌های دست‌ورز، تصویری و کلامی را انجام دهد تا به سطح موردنظر برسد.

شکل را روی مقوا بکشند. با استفاده از ابزار قیچی قسمت‌های واحد (مربع واحد) و قسمت‌های اعشاری را ببرند، با کنار هم قرار دادن قسمت‌های اعشاری (در صورت امکان) واحد کامل، بسازند؛ سپس با جمع واحد و قسمت، اعشاری پاسخ را بیان کنند. (دست‌ورز)

با استفاده از رسم شکل، اندازه مساحت هر چهار ضلعی (۶ شکل بالا) را محاسبه کنند و حاصل را بیان کنند. (تصویری)
نحوه محاسبه ضرب دو عدد اعشاری، به روش مساحتی را توضیح دهند تا قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال آنان بالا رود. (کلامی)

محاسبات جمع، تفریق و ضرب عددهای اعشاری به روش ذهنی

این روش به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا مهارت لازم جهت تخمین زدن محاسبات ریاضی را کسب کنند.
دانش‌آموزان با استدلال کردن بیان می‌کنند که این کار باعث تقویت قدرت کلامی و تفکر ریاضی در آنها می‌شود.

توصیه آموزشی

— پس از بیان پاسخ‌های ذهنی، پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان با ماشین حساب، حاصل عبارت‌ها را محاسبه کنند و مقدار آن را با مقدار محاسبه ذهنی مقایسه کنند.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

پیشنهاد می‌شود پس از تصحیح برگه‌های دانش‌آموزان از آنها بخواهیم جمع نمره برگه خود را به دست بیاورند و یا از آنها بخواهیم با توجه به بارم هر سؤال برگه همکلاسی خود را تصحیح کرده و جمع نمره او را بنویسند، برای اطمینان از صحت کار دانش‌آموز، آموزگار و یا یکی دیگر از دانش‌آموزان می‌تواند مجدداً نمره‌های برگه‌ها را جمع کند.

حل مسئله:

راهبرد الگویابی (صفحه ۳۰ الی ۳۱)

در بعضی از مسائل بین عددها و شکل‌ها رابطه‌هایی وجود دارد. کشف این رابطه به حل مسئله و یافتن پاسخ آن کمک می‌کند. راهبرد الگویابی کاربردهای زیادی دارد. دانش‌آموز فکر می‌کند و با استدلال پاسخ خود را بیان می‌کند این کار باعث افزایش مهارت کلامی و تقویت تفکر و قدرت استدلال در او می‌شود.

الگوها دو نوع هستند، الگوهای عددی و الگوهای هندسی. در الگوهای عددی رابطه بین عددها و در الگوهای هندسی رابطه بین شکل‌ها را دنبال می‌کنید. در بعضی از مسائل، ترکیبی از دو الگوی عددی و هندسی وجود دارد.

نگاه کلی به درس

- آشنایی دانش‌آموزان با راهبرد الگویابی برای حل مسئله
- درک کاربرد الگویابی و توانایی به‌کارگیری آن در حل مسئله

اهداف

- کسب رابطه بین اعداد و اشکال و استفاده از آن در حل مسئله‌ها

مهارت‌ها

توصیه‌های آموزشی در حل مسئله با راهبرد رسم شکل

- ۱- در حل بعضی از مسئله‌های ریاضی، الگویابی می‌تواند مسئله را ساده کند.
- ۲- الگوهای عددی شامل رابطه بین اعداد و الگوهای هندسی شامل رابطه بین اشکال است.
- ۳- دانش‌آموزان با فعالیت‌های دست‌ورزی می‌توانند رابطه‌های بین بعضی از اشکال هندسی را بهتر درک کنند.
- ۴- معلم بایستی راهبرد الگویابی را همراه با حل مسئله به کمک دانش‌آموزان توضیح دهد، سپس با حل مسائل متنوع و با استفاده از این راهبرد، دانش‌آموزان توانایی به‌کارگیری آن را در حل مسائل می‌آموزند.

تقسیم یک عدد بر عددهای طبیعی (صفحات ۳۲ الی ۳۵)

نگاه کلی به درس سوم

دانش‌آموزان در این درس با ارائه نمایش تصویری و برقراری ارتباط کلامی تقسیم عددهای اعشاری را می‌آموزند. پیشروی در تقسیم را می‌آموزند و در انجام فرایند تقسیم، توانایی نوشتن الگوریتم تقسیم را تمرین کرده و از تقسیم در حل مسائل پیرامونی استفاده می‌کنند.

اهداف درس سوم

- تقسیم یک عدد بر عددهای طبیعی و درک الگوریتم تقسیم
- تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی
- پیشروی در تقسیم

تقسیم عدد طبیعی بر عدد طبیعی

ورود به مطلب

از دانش‌آموزان بخواهید تعدادی تقسیم را با استفاده از ماشین حساب انجام دهند و حاصل را بخوانند. بهتر است قبل از انجام تقسیم مقدار خارج قسمت را تخمین بزنید. برای امتحان درستی تقسیم عبارت‌های تقسیم یا عبارت‌های درستی تقسیم را به صورت زیر نوشته و مقدار آن را محاسبه کنند.

خارج قسمت $<$ باقیمانده

مقسوم = باقیمانده + (مقسوم علیه $\times$ خارج قسمت)

توصیه‌های آموزشی

– اگر دانش‌آموزان در تقسیم اشکال دارند توصیه می‌شود ابتدا تقسیم عدد طبیعی بر عدد طبیعی را به کمک شکل، انجام دهند. سپس تقسیم عدد طبیعی بر عدد طبیعی را بدون رسم شکل، به درستی انجام دهند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- فعالیت ۱:** جعبه کویزنر یا شکل‌های صدتایی، ده‌تایی و یکی را در اختیار دانش‌آموزان قرار دهید.
 - ۱- از دانش‌آموزان بخواهید به طور مثال عدد ۷۴۵ را با شکل‌ها بسازند.
 - ۲- از آنها بخواهید که به کمک شکل ۷۴۵ را بین ۳ نفر تقسیم کنند. (دست‌ورز)
 - ۳- در صورت نیاز برای تقسیم کردن می‌توانند دسته‌ها را باز کنند.
 - ۴- دانش‌آموزان با کمک شکل و همچنین انجام عملیات عدد ۷۴۵ را بین ۳ نفر تقسیم کنند. (تصویری)
 - ۵- چگونگی انجام فعالیت و مراحل تقسیم را توضیح دهند. (کلامی) توضیح دادن باعث افزایش قدرت ارتباط کلامی در دانش‌آموزان می‌شود و توانایی استدلال آنها را بالا می‌برد.

هر دانش‌آموز باید فعالیت‌های دست‌ورز، تصویری و کلامی را انجام دهد تا به سطح مورد نظر برسد.

فعالیت ۲:

- ۱- می‌خواهیم به طور مثال ۷۴۵ را بین ۳ نفر تقسیم کنیم.
- ۲- می‌دانیم که: $۷۴۵ = ۷۰۰ + ۴۰ + ۵$.
- ۳- ابتدا ۷ تا ۱۰۰ تایی را بین ۳ نفر تقسیم می‌کنیم، به هر نفر ۲ دسته صدتایی می‌رسد و یک دسته ۱۰۰ تایی باقی می‌ماند.
- ۴- می‌دانیم که ۱ تا ۱۰۰ تایی با ۱۰ تا ۱۰ تایی برابر است، از طرفی ۴ تا ۱۰ تایی داریم پس روی هم ۱۴ تا ۱۰ تایی داریم که

باید آن را بین ۳ نفر تقسیم کنیم. (ده تایی $14 = 10 + 4$)

۵- ۱۴ ده تایی را بین ۳ نفر تقسیم می کنیم به هر نفر ۴ تا ۱۰ تایی می رسد و ۲ تا ده تایی باقی می ماند.

۶- اگر ۱۰ تایی های باقی مانده را به یکی تبدیل کنیم ۲۰ تا یکی می شود، ۵ تا یکی هم داریم پس روی هم ۲۵ تا یکی داریم که باید

آن را بین ۳ نفر تقسیم کنیم. (یکی $25 = 20 + 5$)

۷- ۲۵ تا یکی را باید بین ۳ نفر تقسیم کنیم به هر نفر ۸ تا می رسد و ۱ یکی باقی می ماند.

۸- بنابراین خارج قسمت این تقسیم ۲۴۸ و باقی مانده آن ۱ است.

تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی

واحد چیزی است که ما قرارداد می کنیم و در این تقسیم واحد ما یک دسته ۱۰۰ تایی است. یک بسته صد تایی از ۱۰ تا ۱۰ تایی و یک بسته ده تایی از ۱۰ تا یکی تشکیل می شود. تعداد رقم های اعشار خارج قسمت و باقیمانده با هم برابر است. از دانش آموزان بخواهید تعدادی تقسیم (با حاصل اعشاری) را با استفاده از ماشین حساب انجام دهند و حاصل را بخوانند. بهتر است قبل از انجام تقسیم مقدار خارج قسمت را تخمین بزنید.

توصیه های آموزشی

- برای این که در تقسیم اعشاری بر عدد طبیعی در ممیز اشتباه نکنیم و عملیات تقسیم منظم تر انجام شود، بهتر است ابتدا خط ممیز (که نماینده تعداد ممیزهایی است که در همه عددها قرار می گیرد) را بکشیم.
- خط ممیز را برای دانش آموزان معنی کنید. (خط ممیز به جای ممیزهای عددها قرار می گیرد.)
- در زمان تقسیم هر وقت که از مرز ممیز رد شدیم، در خارج قسمت ممیز می گذاریم.
- دانش آموزان چند تقسیم انجام دهند و با مقایسه تعداد رقم های اعشاری خارج قسمت و باقیمانده با استدلال کردن رابطه بین تعداد رقم های اعشار خارج قسمت و باقی مانده را کشف کنند.

فعالیت



فعالیت های زیر جهت افزایش مهارت در دانش آموزان توصیه می شود.

فعالیت ۱:

- ۱- یک نوار کاغذی که طول آن عدد طبیعی نباشد (مثلاً $4/75$ سانتی متر) را بردارید.
- ۲- از دانش آموزان بخواهید آن را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنند.
- ۳- ابتدا حدس بزنند که هر قسمت چند سانتی متر می شود.
- ۴- سپس نوار را با تا کردن به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنند.
- ۵- هر قسمت را اندازه بگیرند و طول آن را بر حسب سانتی متر بیان کنند. (دست ورز)

- ۶- دانش‌آموزان می‌توانند با استفاده از کارت‌های اعداد یا جعبه کوئیز نیز عملیات را انجام بدهند.
- ۷- به کمک شکل و نوشتن عملیات پاسخ تقسیم (خارج قسمت) را محاسبه کنند. (تصویری)
- ۸- چگونگی انجام فعالیت و مراحل تقسیم را توضیح دهند. (کلامی) توضیح دادن باعث افزایش قدرت ارتباط کلامی در دانش‌آموزان می‌شود و توانایی استدلال آنها را بالا می‌برد.

فعالیت ۲:

- ۱- به طور مثال می‌خواهیم $\frac{4}{37}$ را بین ۳ نفر تقسیم کنیم.
- ۲- به هر نفر ۱ واحد کامل می‌رسد و یک واحد باقی می‌ماند. ($4 - 3 = 1$)
- ۳- واحد باقی مانده به $\frac{1}{10}$ تا $\frac{1}{1}$ تبدیل می‌شود.
- ۴- روی هم ۱۳ تا $\frac{1}{10}$ خواهیم داشت. ($13 \times \frac{1}{10} = 1.3$)
- ۵- به هر نفر ۴ تا $\frac{1}{10}$ می‌رسد و ۱ تا $\frac{1}{10}$ باقی می‌ماند. ($13 - 12 = 1$)
- ۶- $\frac{1}{10}$ باقی‌مانده، $\frac{1}{100}$ تا $\frac{1}{10}$ است.
- ۷- روی هم ۱۷ تا $\frac{1}{100}$ خواهیم داشت. ($17 \times \frac{1}{100} = 0.17$)
- ۸- به هر نفر ۵ تا $\frac{1}{100}$ می‌رسد و ۲ تا $\frac{1}{100}$ باقی می‌ماند. ($17 - 15 = 2$)
- ۹- بنابراین خارج قسمت تقسیم $\frac{1}{45}$ و باقی مانده آن $\frac{2}{100}$ است.
- ۱۰- همان طور که می‌بینید خارج قسمت و باقی مانده هر کدام ۲ رقم اعداد دارند، پس تعداد رقم‌های اعداد خارج قسمت و باقی مانده با هم برابر است.

عملیات تقسیم و پیشروی در آن تا ۲ رقم اعداد

اگر بخواهیم حاصل تقسیم را تا دو رقم اعداد به دست آوریم، ابتدا تقسیم را انجام می‌دهیم اگر قبل از قرار گرفتن تعداد رقم اعداد خواسته شده در خارج قسمت، ارقام مقسوم تمام شوند، به تدریج در سمت راست مقسوم صفر (دو تا صفر) قرار می‌دهیم و تقسیم را ادامه می‌دهیم تا تعداد رقم‌های اعداد در خارج قسمت برابر تعداد خواسته شده شود.

توصیه‌های آموزشی

- می‌دانیم که به طور مثال $\frac{1}{2} = \frac{1}{20} = \frac{1}{200}$ پس برای پیشروی در تقسیم به تعداد مورد نیاز می‌توانید صفر در سمت راست قسمت اعداد عدد مقسوم قرار دهیم و تقسیم کردن را ادامه دهیم.
- اگر بخواهیم حاصل تقسیم را تا چند رقم اعداد به دست آوریم، ابتدا تقسیم را انجام می‌دهیم اگر قبل از قرار گرفتن تعداد رقم اعداد خواسته شده در خارج قسمت، ارقام مقسوم تمام شوند، به تدریج در سمت راست مقسوم صفر قرار می‌دهیم و تقسیم را ادامه می‌دهیم تا تعداد رقم‌های اعداد در خارج قسمت برابر تعداد خواسته شده شود.

درس چهارم

تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری (صفحات ۳۶ الی ۳۹)

نگاه کلی به درس چهارم

دانش آموزان در این درس تقسیم یک عدد به عدد اعشاری به کمک نمایش آن روی محور اعداد را می آموزند. با ارائه نمایش تصویری و برقراری ارتباط کلامی توانایی تبدیل تقسیم هایی که مقسوم علیه اعشاری دارند، به تقسیمی که مقسوم علیه طبیعی دارد، را می آموزند. تبدیل تقسیم یک عدد اعشاری بر عدد اعشاری دیگر به صورت کسری یاد می گیرند. پیشروی در تقسیم را می آموزند و در انجام فرایند تقسیم، تقسیم یک عدد اعشاری بر عدد اعشاری دیگر به صورت ذهنی را تمرین کرده و از تقسیم در حل مسائل پیرامونی استفاده می کنند.

اهداف درس چهارم

- توانایی تقسیم یک عدد به عدد اعشاری
- درک این که اگر عددی (به جز عدد صفر) را در مقسوم و مقسوم علیه ضرب کنیم، در خارج قسمت تقسیم تغییری ایجاد نمی شود.
- درک این که اگر عددی را در مقسوم و مقسوم علیه ضرب کنیم، باقی مانده تقسیم در همان عدد ضرب می شود.

تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری

در پایه ششم با نمایش تقسیم عدد بر عدد کسری با استفاده از محور اعداد آشنا شده‌اند، اما تاکنون تقسیم اعشاری را به کمک محور اعداد انجام نداده‌اند. واحد چیزی است که ما قرارداد می‌کنیم؛ بنابراین با توجه به قرارداد، می‌توانیم واحد را به قسمت‌های مناسب تقسیم کنیم. اگر مقسوم و مقسوم علیه تقسیمی را در عددی ضرب کنیم، در خارج قسمت تقسیم تغییری ایجاد نمی‌شود.

توصیه‌های آموزشی

– از دانش‌آموزان بخواهید با مقایسهٔ ۳ محور داده شده، به حرکت ممیزها و جواب تقسیم‌ها (خارج قسمت) توجه کنند. (روش کاوشگری) و رابطهٔ بین آنها را کشف کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- ۱- کلاس را به گروه‌های ۳ نفری تقسیم کنید.
- ۲- از گروه‌ها می‌خواهیم که سه نوار کاغذی به طول $\frac{4}{5}$ سانتی‌متر تهیه کنند. (دست‌ورز)
- ۳- واحد نوار اول را ۱ قرارداد کنند و هر واحد را به چهار قسمت $\frac{1}{4}$ تایی تقسیم کنند. (۱ قسمت $\frac{1}{4}$ تایی)
- ۴- واحد نوار دوم را ۱۰ قرارداد کنند و هر واحد را به چهار قسمت $\frac{2}{5}$ تایی تقسیم کنند. (۱۸ قسمت $\frac{2}{5}$ تایی)
- واحد نوار سوم را ۱۰۰ قرارداد کنند و هر واحد را به چهار قسمت $\frac{25}{100}$ تایی تقسیم کنند. (۱۸ قسمت $\frac{25}{100}$ تایی)
- ۵- دانش‌آموزان در گروه با مقایسهٔ ۳ نوار تا شده، به حرکت ممیزها و جواب تقسیم‌ها (خارج قسمت) توجه کنند. (روش کاوشگری)
- ۶- به کمک محور اعداد و نوشتن عملیات، پاسخ تقسیم‌ها (خارج قسمت) را محاسبه و مقایسه کنند. (تصویری)
- ۷- دربارهٔ چگونگی انجام فعالیت، مراحل تقسیم و پاسخ تقسیم‌ها (خارج قسمت) توضیح دهند. (کلامی)
- ۸- توضیح دادن باعث افزایش قدرت ارتباط کلامی در دانش‌آموزان می‌شود و توانایی استدلال آنها را بالا می‌برد.

تبدیل تقسیم عدد اعشاری بر عدد اعشاری به عدد اعشاری بر عدد طبیعی

دانش‌آموزان با تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی آشنا هستند. پس می‌توانیم ابتدا از آنها بخواهیم این نوع تقسیم را انجام دهند. با ضرب کردن عدد اعشاری در ۱۰ یا ۱۰۰... می‌توانند اعداد اعشاری را از بین ببرند. اگر عدد اعشاری در ۱۰ یا ۱۰۰... ضرب کنند ممیز عدد به اندازهٔ تعداد صفرهای ۱۰ یا ۱۰۰... به جلو می‌رود. اگر مقسوم و مقسوم علیه تقسیمی را در عددی ضرب کنیم، در خارج قسمت تقسیم تغییری ایجاد نمی‌شود اما باقی‌مانده در همان عدد ضرب می‌شود.

توصیه‌های آموزشی

– در نوشتن عملیات تقسیم برکشیدن خط ممیز تأکید کنید. توجه دانش‌آموزان را به رابطه بین تعداد رقم‌های اعشاری در خارج قسمت و باقی‌مانده و تعداد صفرهایی که برای پیشروی تقسیم می‌گذارید، جلب کنید.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- ۱- می‌خواهیم به طور مثال عملیات تقسیم $\frac{1}{2} \div \frac{3}{75}$ را انجام دهیم.
 - ۲- دانش‌آموزان با تقسیمی که مقسوم علیه آن عدد اعشاری باشد، آشنا نیستند پس فکر می‌کنند که باید این تقسیم را به تقسیم آشنایی که مقسوم علیه آن عدد اعشاری نیست؛ تبدیل کنیم.
 - ۳- چون مقسوم علیه این تقسیم یک رقم اعشار دارد بنابراین برای این که اعشار مقسوم علیه را از بین ببریم باید آن را در 10 ضرب کنیم.
 - ۴- می‌دانیم که اگر مقسوم و مقسوم علیه تقسیمی را در عددی ضرب کنیم، در خارج قسمت تقسیم تغییری ایجاد نمی‌شود اما باقی‌مانده در همان عدد ضرب می‌شود؛ پس باید برای از بین بردن اعشار مقسوم علیه و عدم تغییر پاسخ تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه را در 10 ضرب کنیم.
- هر تقسیم را می‌توان به صورت کسر و هر کسر را می‌توان به صورت تقسیم نوشت.
- اگر مقسوم و مقسوم علیه تقسیمی را در عددی ضرب کنیم، در خارج قسمت تقسیم تغییری ایجاد نمی‌شود. با ضرب کردن صورت و مخرج هر کسر در 10 ، 100 ، 1000 و ... کسرهای مساوی با کسر اول به دست می‌آید. هر تقسیم را می‌توان به صورت کسر و هر کسر را می‌توان به صورت تقسیم نوشت (فعالیت صفحه ۱۸ کتاب).

توصیه‌های آموزشی

– قبل از شروع فعالیت مطمئن شوید دانش‌آموزان ضرب و تقسیم عددهای اعشاری، در توان‌های ده را یاد گرفته‌اند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- ۱- هر تقسیم را می‌توان به صورت کسر و هر کسر را می‌توان به صورت تقسیم نوشت. به طور مثال:
- $$\frac{2}{7} \div \frac{3}{1} = \frac{2/7}{3/1}$$
- ۲- صورت و مخرج این کسر یک رقم اعشار دارد با ضرب کردن صورت و مخرج کسر در 10 می‌توان کسر مساوی با آن را به دست آورد، به طوری که صورت و مخرج کسر عدد اعشاری نباشد.
- $$\frac{2/7}{3/1} = \frac{27}{31}$$

۳- با توجه به فعالیت صفحه ۱۸ کتاب، هر تقسیم را می‌توان به صورت کسر و هر کسر را می‌توان به صورت تقسیم نوشت.

$$\frac{2}{3} \div \frac{7}{1} = 2 \div 7 \div 3 \div 1 \quad \text{یا} \quad \frac{27}{31} = 27 \div 31$$

۴- بنابراین می‌توان رابطه زیر را نوشت :

$$2 \div 7 \div 3 \div 1 = \frac{2 \div 7}{3 \div 1} = \frac{27}{31} = 27 \div 31$$

۵- برای از بین بردن اعشار مقسوم‌علیه تقسیم می‌توانیم به یکی از دو روش بالا عمل کنیم یعنی ۱- با ضرب کردن مقسوم و مقسوم‌علیه تقسیم در یک عدد یا ۲- با تبدیل تقسیم به کسر و نوشتن کسر مساوی با آن به طوری که مخرجش (مقسوم‌علیه تقسیم) عدد اعشاری نباشد.

عملیات تقسیم به صورت ذهنی

دانش‌آموزان در سال‌های گذشته به صورت ذهنی پاسخ تقسیم‌ها را بیان کرده‌اند اما تاکنون پاسخ تقسیم اعشاری را به صورت ذهنی بیان نکرده‌اند. این کار باعث تقویت عملیات ذهنی و افزایش قدرت تخمین زدن پاسخ عملیات ریاضی (تقسیم اعشاری) در آنها می‌شود.

اندازه‌گیری طول و زاویه

فصل

۳



آشنایی بیشتر با

اندازه‌گیری طول (صفحات ۴۱ الی ۴۴)

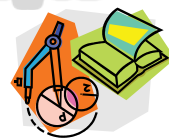
اهداف درس اول

- ۱- یادآوری واحدهای اندازه‌گیری طول
- ۲- تبدیل واحدهای طولی به یکدیگر
- ۳- ضرورت و اهمیت به کارگیری واحدهای استاندارد
- ۴- استفاده از ابزار مناسب برای اندازه‌گیری دقیق
- ۵- تبدیل واحدها به کمک جدول تناسب

مهارت‌ها:

- ۱- به کارگیری جدول تناسب در تبدیل واحدها
- ۲- حدس‌سازی برای طول اجسام

فعالیت



فعالیت اول صفحه ۴۱

هدف : مقایسه پاره‌خط‌ها به روش‌های گوناگون

هر دانش‌آموز باید فعالیت‌های دست‌ورزی، تصویری و کلامی را انجام دهد تا به سطح مورد نظر برسد.

روش تدریس پیشنهادی برای آغاز تدریس :

می‌توان از دانش‌آموزان خواست تا طول وسایلی نظیر : مداد، خودکار، پاک‌کن، کتاب و ... خود را با یکدیگر مقایسه کنند.
(دست‌ورزی)

مقایسه دو پاره‌خط، بدین مفهوم است که بتوان گفت کدام یک طول کمتر و کدام یک طول بیشتری دارد.
دانش‌آموزان در کلاس سوم پاره‌خط‌ها را با اندازه‌گیری طولشان مقایسه می‌کنند.

اکنون مقایسه پاره‌خط‌ها به وسیله نوار کاغذی و پرگار برای پاره‌خط‌های رسم شده انجام می‌شود. (دست‌ورزی و تصویری)
در ادامه آنها بیان می‌کنند که چگونه می‌توان این مقایسه را با یک پاره‌خط مشخص یا به روش‌های دیگر (مثلاً به وسیله کاغذ پوستی) انجام داد. (کلامی)



فعالیت دوم صفحه ۴۱

در آغاز از دانش‌آموزان می‌خواهیم تا پاک‌کن خود را واحد قرار داده، طول خودکارش را اندازه گرفته و بیان کند که چند واحد است. (دست‌ورزی) سپس فعالیت را انجام دهند. در این فعالیت، واحدهایی ارائه می‌شود تا توسط آنها مداد و نی رسم شده در صفحه را اندازه‌گیری کرده و اندازه طول آنها را به صورت کسر و عدد مخلوط (دانشی که در فصل اول فرا گرفته‌اند) بنویسند. (تصویری)

در ادامه از آنها خواسته می‌شود تا بیان کنند که طول هر کدام به صورت عدد مخلوط چگونه بیان می‌شود. (کلامی)
هر دانش‌آموز باید فعالیت‌های دست‌ورزی، تصویری و کلامی را انجام داده تا به سطح مورد نظر برسد.



کار در کلاس صفحه ۴۲

هدف: احساس نیاز به واحد استاندارد طول

برای شروع می‌توان از دانش‌آموزان خواست تا مداد و پاک‌کن خود را به طور مجزا، واحد قرار داده و طول میز تحریر خود را اندازه بگیرند و سپس طول آن را با هر یک از واحدها به صورت یک عدد مخلوط بیان کنند. (دست‌ورزی)
با اندازه‌گیری طول غلاف لوبیا با واحدهای معرفی شده و مشاهده تفاوت بین آنها نیاز به واحد استاندارد در او ایجاد می‌شود. (تصویری)

از او می‌خواهیم تا بیان کند که چرا اندازه‌ها با واحدهای گوناگون، متفاوت است؟ (کلامی)
هر دانش‌آموز باید فعالیت‌های دست‌ورزی، تصویری و کلامی را انجام داده تا به سطح مورد نظر برسد.
در این جا اندازه‌گیری با واحدهای غیراستاندارد طولی و مقایسه آنها خواسته شده تا دانش‌آموزان احساس نیاز به واحد استاندارد نمایند، سپس واحد استاندارد اندازه‌گیری طول «متر» به آنها معرفی شده است. در ادامه، دیگر واحدهای اندازه‌گیری طول یعنی: سانتی‌متر، میلی‌متر و کیلومتر و رابطه آنها با یکدیگر نیز به آنها معرفی (یادآوری) می‌گردد.

یک کیلومتر = ۱۰۰۰ متر

یک متر = ۱۰۰ سانتی‌متر

یک سانتی‌متر = ۱۰ میلی‌متر

در انتها از آنها خواسته شده تا طول ساعت مچی رسم شده را اندازه گرفته و به سانتی‌متر، میلی‌متر و متر بنویسند.

تذکر: در اندازه‌گیری طول غلاف لوبیا توسط دو واحد مختلف، در ابتدای یک صفحه، کار با واحد بزرگ‌تر: ساده‌تر، سریع‌تر ولی با دقت کمتر و کار با واحد کوچک‌تر: سخت‌تر، کندتر ولی با دقت بیشتر انجام خواهد شد.
در انتهای صفحه نیز از می‌خواهیم تا بیان کند (کلامی) که چگونه تبدیل واحدها را انجام داده است؟



کار در کلاس صفحه ۴۳

هدف از این کار در کلاس این است که دانش‌آموزان از واحدهای اندازه‌گیری تصور درستی داشته باشند بنابراین باید بتوانند برای اندازه‌ها و واحدهای گوناگون یک نمونه مناسبی را بیان کنند. مثلاً:
طول فرش اتاق: ۳ متر ، فاصله خانه تا مدرسه: ۱ کیلومتر



فعالیت صفحه ۴۳

در اینجا تبدیل واحدهای طولی به یکدیگر هدف می باشد، که با استفاده از جدول تناسب باید انجام شود. آنچه دانش آموزان در سال گذشته در مورد جدول تناسب یاد گرفته و در فصل اول برایشان تعمیق شد و نیز آنچه از حل مسئله فصل دوم «الگویابی» برای حرکت ممیز موقع ضرب و تقسیم اعداد اعشاری در اعداد ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... آموختند اینجا مورد استفاده قرار می گیرد. برای آغاز تدریس از دانش آموزان بخواهیم هر کدام یک نوار کاغذی یک متری ساخته و بیاورند، دو تا از آنها را کنار هم قرار داده و با یک متر خیاطی اندازه آن را بگیرند و بیان کنند که ۲ متر چند سانتی متر است؟ برای این کار سانتی مترهای موجود روی متر را باید خوانند. همچنین روی خط کش خود نشان دهند که ۴ میلی متر چند سانتی متر است؟ برای این کار باید واحدهای ریز شده بر روی خط کش را شمرند و چون می دانند که هر یک سانتی متر به ۱۰ قسمت تقسیم شده است پس ۴ میلی متر معادل ۰/۴ سانتی متر است. (دست ورزی) اکنون با انجام فعالیت تبدیل واحدها را انجام خواهد داد. (تصویری)

دانش آموزان در آخر می باید بیان کنند که چگونه با استفاده از جدول تناسب، این تبدیل واحدها را انجام می دهند. (کلامی) هر دانش آموز باید فعالیت های دست ورزی، تصویری و کلامی را انجام داده تا به سطح مورد نظر برسد.

پاسخ فعالیت ۲ صفحه ۴۳: در فصل اول آموختند که برای حل چنین عبارت هایی، حاصل ضرب صورت و مخرجی را که به طور مورب، معلوم دارند، بر صورت یا مخرجی که یکی از آنها نامعلوم است، تقسیم کنند. برای انجام این ضرب و تقسیم نیز، ابتدا باید اعداد صورت و مخرج را به حاصل ضرب هایی تبدیل کنند که بتوانند اعداد مشترک در صورت و مخرج پیدا کنند تا بر هم تقسیم شوند. (در نمونه های ذکر شده در زیر تبدیل به حاصل ضرب نیاز نمی باشد.) نمونه هایی از آن در زیر آمده است.

متر	۱	؟
سانتی متر	۱۰۰	۴۲۳/۷

$$\frac{1}{100} = \frac{?}{423.7}$$

$$? = \frac{1 \times 423.7}{100} = 4.237$$

سانتی متر	۱	۳/۷۱
میلی متر	۱۰	؟

$$\frac{1}{10} = \frac{3.71}{?}$$

$$? = \frac{10 \times 3.71}{1} = 37.1$$

تمرین صفحه ۴۴

آنچه را در سه صفحه گذشته آموختند، با انجام این تمرینات تثبیت خواهد شد.

پاسخ پیشنهادی بعضی از تمرینات:

۱- ضخامت کتاب درسی: میلی متر، اندازه طول یک مورچه: میلی متر (در بعضی از مکان ها مورچه هایی هستند که طولی بیش از یک سانتی متر دارند پس واحد سانتی متر هم بلامانع است.)

۲- ضخامت کتاب علوم ۰/۷ سانتی متر است.

در سؤال های ۳ و ۴ همزمان تخمین زدن و اندازه گیری خواسته نشده است به این دلیل که ابتدا اندازه بگیرند و سپس تخمین

بزنند.

۵- ۷ میلی متر: ۰/۰۷ متر

۲۰۰ متر: ۰/۲ کیلومتر

۱/۲ سانتی متر: ۱۲ میلی متر

۲۳/۴ سانتی متر: ۰/۲۳۴ متر

درس دوم

فاصله (صفحات ۴۵ الی ۴۸)

اهداف درس دوم

- درک مفهوم فاصله بین دو خط
- درک مفهوم فاصله یک نقطه تا یک خط
- یادآوری رسم ارتفاع در چند ضلعی‌ها

مهارت‌ها:

- استفاده از ابزار گونیا (یادآوری)
- رسم عمود و ارتفاع (یادآوری)

تعریف فاصله

- ۱- فاصله دو نقطه از هم : طول پاره خط و اصل بین آن دو نقطه.
- ۲- فاصله یک نقطه از یک خط : طول پاره خط عمودی که از آن نقطه بر خط رسم شود.

فعالیت

فعالیت صفحه ۴۵



هدف این فعالیت یادآوری فاصله دو نقطه از یکدیگر می باشد.

در این فعالیت ابتدا یادآوری می شود که از دو نقطه، بی شمار (تعداد زیادی) خط شکسته و بی شمار (تعداد زیادی) خط خمیده و فقط یک خط راست می گذرد.

در ادامه، فاصله بین دو نقطه، طول پاره خط (خط راست) و اصل بین آن دو نقطه معرفی می گردد.
برای آغاز فعالیت می توان از دانش آموزان خواست تا یک خودکار را به عنوان نقطه در نظر بگیرند، چند نخ را به آن گره بزنند و هر کدام را به سمتی بکشند. ملاحظه می کنند که از خودکار بی شمار نخ را می توان در جهات گوناگون ادامه داد. اما اگر خودکار دیگری داشته باشند و بخواهند سر دیگر نخ‌ها را به آن ببندند، همه نخ‌ها روی هم قرار خواهد گرفت. (دست‌ورزی)

اکنون فعالیت کتاب را انجام داده و خطوط خمیده، شکسته و راست را رسم می کنند. (تصویری)
در انتها به دو سؤال آخر پاسخ خواهند داد. (کلامی)
هر دانش آموز باید فعالیت های دست ورزی، تصویری و کلامی را انجام داده تا به سطح مورد نظر برسد.



کار در کلاس صفحه ۴۵

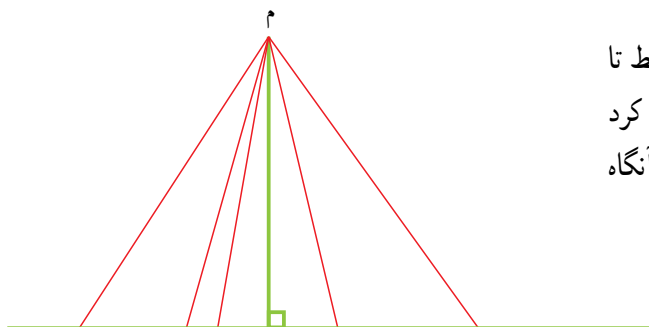
هدف این فعالیت تمرین و تعمیق مهارت یافتن فاصله بین دو نقطه خواهد بود.
با توجه به فعالیت انجام شده در بالا، اکنون از دانش آموز خواسته می شود تا فاصله بین نقاط را در شکل های مختلف داده شده، با خط کش اندازه گرفته و یادداشت نماید. (دست ورزی - تصویری)
نکته فعالیت ۳: با تکمیل جدول این سؤال به دو الگو خواهد رسید:
۱- فاصله هر نقطه تا خودش برابر صفر است. (خانه های رنگی بیان کننده این مطلب می باشد).
۲- نیمه بالایی و نیمه پایینی جدول متقارن است زیرا فاصله «آ» تا «ب» و «ب» تا «آ» برابر خواهد بود.

فعالیت



فعالیت بالای صفحه ۴۶

هدف از این فعالیت یافتن فاصله یک نقطه تا یک خط می باشد.
هر دانش آموز باید فعالیت های دست ورزی، تصویری و کلامی را انجام داده تا به سطح مورد نظر برسد.
این فعالیت که یادآوری از کلاس چهارم می باشد، بیانگر فاصله نقطه تا خط است که آن را «طول پاره خط عمودی که از نقطه بر خط رسم شود» تعریف می نماید.
برای آغاز تدریس، دانش آموزان از خط کش استفاده کرده و طول هر یک از پاره خط های رسم شده در شکل را اندازه می گیرند. (دست ورزی)
همچنین از آنها خواسته می شود تا چند نقطه دیگر بر روی خط قرار دهند و فاصله آنها را نیز از نقطه به دست آورند. (دست ورزی - تصویری)

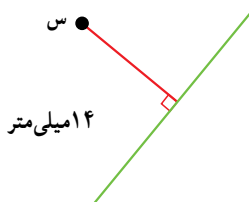


اکنون بیان می کنند که فاصله کدام یک از نقاط روی خط تا نقطه «م»، کوتاه ترین است؟ (کلامی) سپس با گونیا بررسی خواهند کرد که این کوتاه ترین پاره خط، از نقطه «م» بر خط عمود شده است، آنگاه طول آن را اندازه می گیرند.



کار در کلاس صفحه ۴۶

هدف این کار در کلاس تعمیق یادگیری یافتن فاصله نقطه از خط است.
پاسخ نمونه ای از آن:





فعالیت پایین صفحه ۴۶

هدف این فعالیت رسم ارتفاع و اندازه گیری آن می باشد.

هر دانش آموز باید فعالیت های دست ورزی، تصویری و کلامی را انجام داده تا به سطح مورد نظر برسند.

ارتفاع: طول پاره خط عمودی که از هر رأس چند ضلعی بر ضلع مقابل رسم شود.

دانش آموزان با ارتفاع در سال چهارم آشنا شده و با رسم آن در مثلث و متوازی الاضلاع و اندازه گیری آن، مساحت شکل ها را

به دست آورده اند.

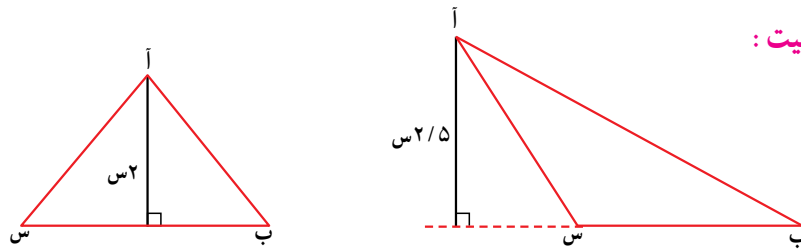
در آغاز فعالیت، از دانش آموزان خواسته می شود تا با استفاده از گونیا از نقطه «آ» بر ضلع «ب س» عمود رسم کنند. (این عمود

همان ارتفاع مثلث است.) سپس آن را اندازه گیری نمایند. (دست ورزی - تصویری)

در رسم ارتفاع مثلث سمت راست، دانش آموزان ناگزیرند ضلع «ب س» را امتداد دهند. در انتها با دلیل این کار را بیان خواهند

کرد. (کلامی)

پاسخ فعالیت:



چرا در شکل سمت راست پاره خط «ب س» را با خط چین ادامه دادیم؟ زیرا زاویه «آ س ب» باز است و ارتفاع نظیر رأس «آ»

را نمی توان بر ضلع «ب س» رسم کرد بلکه باید بر امتداد آن رسم نمود.

طول ارتفاع ها در کتاب پس از رسم شدن اندازه گرفته می شود.

کار در کلاس صفحه ۴۷



هدف این کار در کلاس تمرین و تثبیت فعالیت قبل (رسم ارتفاع و اندازه گیری آن) است.

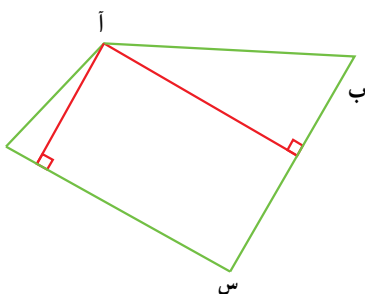
نکته: در هر ۳ ضلعی، مقابل به هر رأس، ۱ ضلع قرار دارد، در هر ۴ ضلعی، مقابل به هر رأس، ۲ ضلع قرار دارد و در هر ۵

ضلعی، مقابل به هر رأس، ۳ ضلع قرار دارد. به دلیل این که هر رأس چند ضلعی، ۲ ضلع چند ضلعی را شامل می شود.

تذکر: در این سؤال چون فاصله نقطه تا خط مورد نظر است، پس بایستی از آن رأس ها بر ضلع های مقابل عمود رسم شود،

بنابراین کار باید با گونیا انجام شود.

پاسخ کار در کلاس:



۱- اندازه این پاره خط ها باید پس از رسم در کتاب گرفته شود.

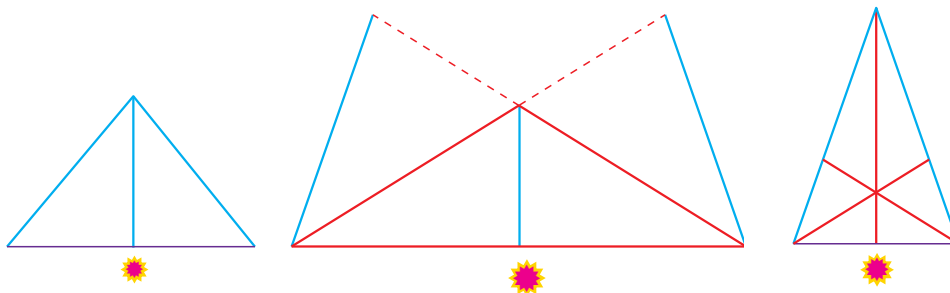
۲- ممکن است در کتاب، مثلث رسم شده، قائم الزاویه باشد که

در این صورت فاصله دو رأس «ب» و «س» تا ضلع های مقابلشان (ارتفاع)

مساوی اضلاع قائم مثلث خواهد شد.

☀ ممکن است در کتاب، مثلث رسم شده، هیچ زاویه بازی نداشته باشد که در این صورت همه ارتفاع‌ها در داخل مثلث قرار خواهند گرفت.

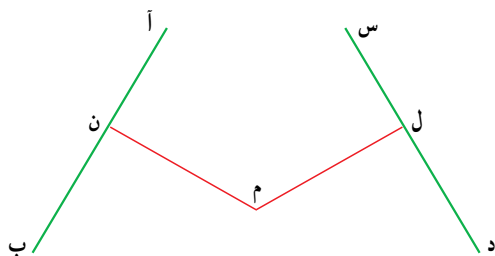
☀ ممکن است در کتاب، مثلث رسم شده، یک زاویه باز داشته باشد که در این صورت دو ارتفاع، در خارج مثلث قرار خواهد گرفت.



تمرین صفحات ۴۷ و ۴۸



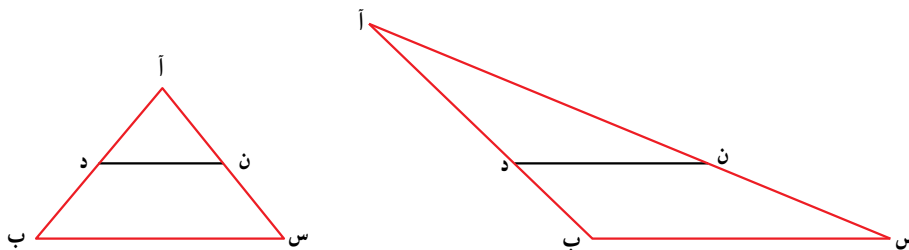
در هر تمرین که لازم باشد، نکته یا تذکر، همراه با پاسخ آمده است.
۱- وقتی نقاط وسط پاره‌ها مشخص شد، منظور از فاصله آن نقاط تا نقطه «م»، فاصله دو نقطه است، نه فاصله نقطه تا خط. بنابراین در این تمرین هدف و مقصود یافتن اندازه پاره خط و اصل بین دو نقطه «م» و «ن» و نیز «م» و «ل» می‌باشد.



اندازه این پاره‌ها باید پس از رسم در کتاب گرفته شود.

۲- در این سؤال پس از مشخص کردن وسط پاره‌های «آس» و «آب» در هر دو مثلث و نام‌گذاری آنها به نام «ن» و «د» آنها را به هم وصل می‌کنند.

پاره‌های «ن د» و «س ب» را اندازه می‌گیرند. سپس بی خواهند برد که طول «ن د» نصف طول «س ب» می‌باشد. اندازه این پاره‌ها باید پس از رسم در کتاب گرفته شود.

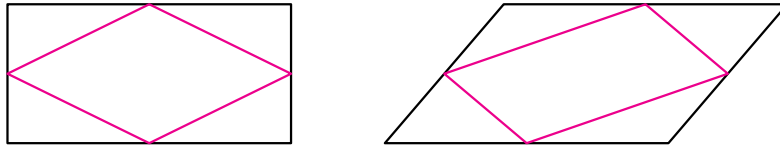


۳- پس از اندازه‌گیری اضلاع هر یک از مثلث‌ها طبق تعاریف زیر، دانش‌آموزان، متساوی‌الاضلاع یا متساوی‌الساقین بودن مثلث‌ها را مشخص می‌نمایند.

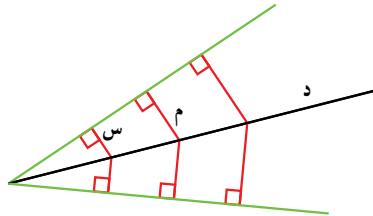
تعریف

مثلث متساوی‌الاضلاع: مثلثی که طول هر سه ضلع آن با هم برابر باشد.

مثلث متساوی الساقین : مثلثی که طول دو ضلع آن با هم برابر باشد.
۴- در هر دو شکل، لوزی پیدا می شود.



۵- در این سؤال، فاصله نقطه «م» تا دو ضلع زاویه یعنی طول پاره خط عمودی که از «م» بر اضلاع زاویه رسم شود. اندازه این پاره خط ها باید پس از رسم در کتاب گرفته شود. پس از اندازه گیری پاره خط های قرمز، به این نتیجه خواهند رسید که هر دو با هم برابرند. برای هر جفت از پاره خط های دیگر نیز به همین نتیجه خواهد رسید.



به طور کلی : هر نقطه روی نیمساز، فاصله اش تا دو ضلع زاویه برابر خواهد بود.

۶- رسم سه ارتفاع در مثلث های مختلف در کار در کلاس ۲ صفحه ۴۷ انجام شد.

فرمول محاسبه مساحت مثلث : نصف حاصل ضرب ارتفاع و قاعده.

پس از رسم ارتفاع ها و اندازه گیری طول آنها و همچنین اندازه گیری طول اضلاع مثلث با توجه به این که فرمول محاسبه

مساحت مثلث را در سال چهارم آموخته اند، مساحت مثلث را با سه ارتفاع و سه قاعده به دست خواهد آورد.

پاسخ ها با هم تقریباً برابر خواهد بود و اگر خطایی وجود دارد به جهت خطا در اندازه گیری می باشد.

مقایسه و اندازه‌گیری زاویه (صفحات ۵۱ الی ۵۴)

اهداف درس سوم

- درک بیش‌تر مفهوم زاویه
- مقایسه زاویه به کمک ابزارهای گوناگون
- درک واحد اندازه‌گیری زاویه، درجه
- اندازه‌گیری زاویه با واحد استاندارد
- مجموع زاویه‌های درونی مثلث و سایر چند ضلعی‌ها

مهارت‌ها:

- استفاده از ابزار نقاله برای اندازه‌گیری زاویه‌ها
- به دست آوردن مجموع زاویه‌های درونی مثلث و چند ضلعی‌ها
- مقایسه کردن دو زاویه به روش‌های گوناگون

توصیه‌های آموزشی

- برای مقایسه و اندازه‌گیری زاویه‌ها به واحد اندازه‌گیری نیاز داریم. هر زاویه می‌تواند واحد اندازه‌گیری باشد.
- برای اندازه‌گیری زاویه از نقاله استفاده می‌کنیم. بنابراین باید کار با نقاله را به دانش‌آموزان بیاموزیم.

فعالیت

فعالیت ۱ صفحه ۵۲



هدف: مقایسه زاویه به روش روکش انداختن به کمک کاغذ شفاف آنچه دانش‌آموزان کلاس ششم می‌دانند:

- ۱- در پایه چهارم به روش روکش انداختن (به کمک کاغذ شفاف) دو زاویه را با هم مقایسه می‌کنند.
- ۲- در پایه پنجم به کمک نقاله دو زاویه را با هم مقایسه می‌کنند.
- ۳- در پایه پنجم به کمک مقایسه زاویه با زاویه قائمه دو زاویه را با هم مقایسه می‌کنند.

شرح پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۵۲ : کاغذ شفاف یا پوستی را بردارید. آن را روی یکی از زاویه‌ها قرار دهید. مثلاً روی زاویه‌ن قرار دهید و زاویه را روی آن بکشید و نام‌گذاری کنید. حالا با قیچی زاویه‌ای را که کشیده‌اید، بریده و روی زاویه دیگر (زاویه‌ن) قرار دهید به طوری که رأس آن روی ن قرار گیرد و یکی از ضلع‌های آن روی یکی از ضلع‌های زاویه‌ن قرار گیرد. در این صورت سه حالت ممکن است پیش بیاید.

- ۱- اگر ضلع دیگر زاویه‌م، داخل زاویه‌ن قرار گرفت یعنی زاویه‌م از زاویه‌ن کوچک‌تر است.
- ۲- اگر ضلع دیگر زاویه‌م، روی ضلع دیگر زاویه‌ن قرار گرفت یعنی زاویه‌م با زاویه‌ن برابر است.
- ۳- اگر ضلع دیگر زاویه‌م، خارج زاویه‌ن قرار گرفت یعنی زاویه‌م از زاویه‌ن بزرگ‌تر است.

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۵۲ : زاویه‌ای هم اندازه زاویه‌م بریده و آن را روی زاویه‌ن قرار دهید به طوری که رأس آن روی ن قرار گیرد و یکی از ضلع‌های آن روی یکی از ضلع‌های زاویه‌ن قرار گیرد چون ضلع دیگر زاویه‌م، خارج زاویه‌ن قرار گرفت یعنی زاویه‌م از زاویه‌ن بزرگ‌تر است.

$$m > n$$

فعالیت



فعالیت ۲ صفحه ۵۲

هدف : مقایسه زاویه به کمک پرگار

شرح پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۵۲ : پرگار را به اندازه دل خواه باز کنید. سوزن پرگار را روی رأس زاویه‌ن قرار دهید و کمان بزنید. بدون آن که اندازه پرگار را تغییر دهید، سوزن پرگار را روی رأس زاویه‌م قرار دهید و کمان بزنید. حالا پرگار را روی نقطه‌ای که کمان، یکی از ضلع‌های زاویه‌ن را قطع کرده است قرار دهید و پرگار را به اندازه طول کمان باز کنید. بدون تغییر اندازه پرگار، سوزن پرگار را روی نقطه‌ای که کمان، یکی از ضلع‌های زاویه‌م را قطع کرده است قرار دهید و کمان بزنید. در این صورت سه حالت ممکن است پیش بیاید.

- ۱- اگر کمان داخل زاویه‌م قرار گرفت یعنی زاویه‌م از زاویه‌ن بزرگ‌تر است.
 - ۲- اگر کمان روی ضلع دیگر زاویه‌م، قرار گیرد یعنی زاویه‌م با زاویه‌ن برابر است.
 - ۳- اگر کمان خارج زاویه‌م قرار گرفت یعنی زاویه‌م از زاویه‌ن کوچک‌تر است.
- پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۵۲ :** چون کمان داخل زاویه‌م قرار گرفت یعنی زاویه‌م از زاویه‌ن بزرگ‌تر است.

$$m < n$$

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۵۲ : انتخاب یک زاویه واحد و مقایسه دو زاویه با زاویه واحد - اندازه‌گیری زاویه‌ها به کمک نقاله - استفاده از نوار کاغذی برای مقایسه دو زاویه و

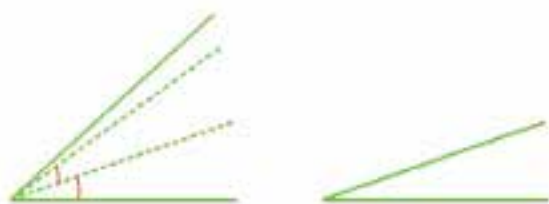


کار در کلاس ۱ صفحه ۵۲

هدف : مقایسه زاویه به کمک زاویه واحد

توصیه آموزشی کار در کلاس ۱ صفحه ۵۲: برای دقیق تر شدن اندازه گیری، قسمت باقی مانده را به صورت کسری از

واحد تخمین بزنید.



شرح پیشنهادی کار در کلاس ۱ صفحه ۵۲

اندازه زاویه بین ۲ و ۳ واحد اندازه گیری است.

اندازه زاویه تقریباً برابر $2\frac{1}{3}$ واحد اندازه گیری است.



کار در کلاس ۲ صفحه ۵۲

هدف: مقایسه زاویه به کمک زاویه واحد

نکته: پاسخ پیشنهادی این مسئله با توجه به شکل بالا، به شرح زیر است. در صورتی که اندازه های بالا با اندازه های کتاب

درسی پایه ششم متفاوت است. اندازه زاویه را با واحدهای موجود در کتاب درسی محاسبه کنید.

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۲ صفحه ۵۲: اندازه زاویه بین ۱۲ و ۱۳ واحد اندازه گیری است.

اندازه زاویه تقریباً برابر $12\frac{7}{10}$ واحد اندازه گیری است.



کار در کلاس ۱ صفحه ۵۳

هدف: انتخاب واحد مناسب برای اندازه گیری زاویه

نکته: پاسخ پیشنهادی این مسئله با توجه به شکل بالا، به شرح زیر است. در صورتی که اندازه های بالا با اندازه های کتاب

درسی پایه ششم متفاوت است. اندازه زاویه را با واحدهای موجود در کتاب درسی محاسبه کنید.

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۱ صفحه ۵۳

۳ واحد = اندازه زاویه با واحد شماره ۱

$2\frac{1}{4}$ واحد = اندازه زاویه با واحد شماره ۲



اندازه ها برابر نشد، زیرا واحدها یک اندازه نبودند.

کارکردن با واحد بزرگ تر ساده تر است. چون تعداد کمتری، واحد لازم است تا زاویه را اندازه گیری کنیم.

برای تشخیص کسری از واحد، قسمت باقی مانده را به صورت کسری از واحد تخمین زدیم.





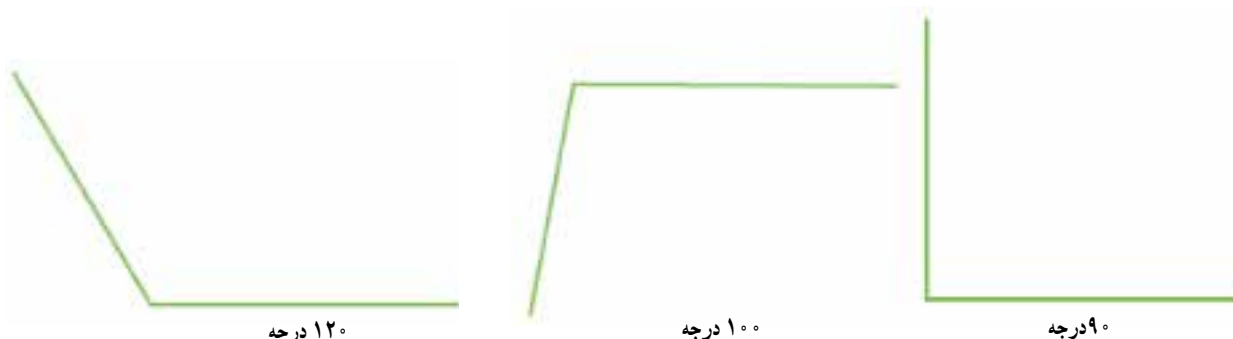
کار در کلاس صفحه ۵۳

هدف : اندازه گیری زاویه به کمک نقاله

توصیه آموزشی کار در کلاس صفحه ۵۳ : دانش آموزان کار با نقاله را در کلاس پنجم آموخته اند اگر مهارت کافی برای کار با این ابزار را نداشتند مجدداً کار با نقاله را به آن ها بیاموزید.

برای اندازه گیری زاویه به کمک نقاله، نقاله را طوری روی هر زاویه قرار می دهیم که مرکزش روی رأس زاویه و قطر آن بر یکی از ضلع های زاویه منطبق شود. سپس نگاه می کنیم که ضلع دیگر روی کدام درجه زاویه است. به این ترتیب اندازه زاویه به دست می آید.

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس صفحه ۵۳



فعالیت



فعالیت ۱ صفحه ۵۴

هدف : اندازه زاویه با تغییر اندازه طول ضلع زاویه تغییر نمی کند.

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۵۴ : زاویه را اندازه می گیریم. حالا دو ضلع

زاویه را ادامه می دهیم. دوباره زاویه را اندازه می گیریم. اندازه زاویه تغییر نکرده است و برابر همان اندازه قبلی است.



توصیه آموزشی فعالیت ۱ صفحه ۵۴ : دانش آموزان با نمونه این تمرین در پایه چهارم آشنا شده اند. بهینه است از

دانش آموزان بخواهیم زاویه را اندازه بگیرند. حالا دو ضلع زاویه را کوتاه تر کنند (مثلاً با پاک کردن بخشی از طول زاویه). دوباره زاویه را اندازه می گیریم. اندازه زاویه تغییر نکرده است و برابر همان اندازه قبلی است.

فعالیت

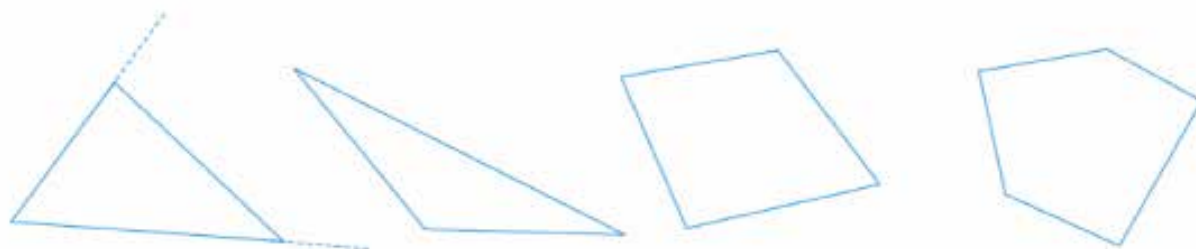


فعالیت ۲ صفحه ۵۴

هدف : تعیین اندازه زاویه های چند ضلعی

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ۵۴ : دانش آموزان به کمک نقاله اندازه هر زاویه را محاسبه می کنند.

توصیه آموزشی فعالیت ۲ صفحه ۵۴: از دانش آموزان بخواهید پس از تعیین اندازه هر زاویه، مجموع اندازه‌های زاویه‌های هر شکل را محاسبه کنند. این کار به آن‌ها کمک می‌کند تا با مجموع اندازه زاویه‌های شکل‌های سه و چهار ضلعی آشنا شوند.



فعالیت

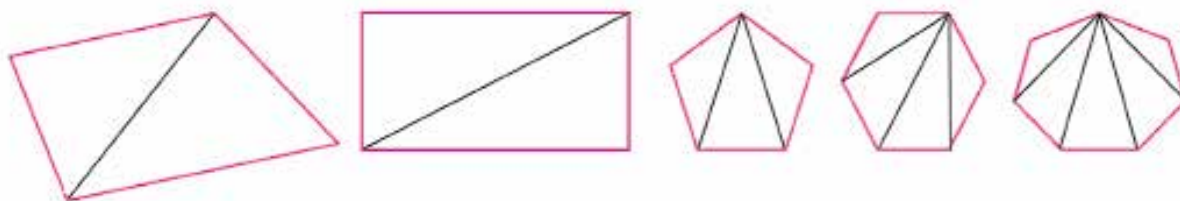


فعالیت ۳ صفحه ۵۴

هدف: تعیین اندازه زاویه‌های چند ضلعی

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۳ صفحه ۵۴:

مجموع زاویه‌های یک مثلث 180° درجه است. دانش آموزان می‌توانند با کشیدن پاره خط درون هر شکل، آن‌ها را به چند مثلث تقسیم کنند. سپس به کمک مجموع زاویه‌های یک مثلث (180° درجه) و تعداد مثلث‌ها، مجموع زاویه‌های چند ضلعی را محاسبه کنند.



$$5 \times 180^\circ = 900^\circ$$

$$4 \times 180^\circ = 720^\circ$$

$$3 \times 180^\circ = 540^\circ$$

$$2 \times 180^\circ = 360^\circ$$

$$2 \times 180^\circ = 360^\circ$$

مجموع زاویه‌های شکل ۱ از سمت راست:

مجموع زاویه‌های شکل ۲ از سمت راست:

مجموع زاویه‌های شکل ۳ از سمت راست:

مجموع زاویه‌های شکل ۴ از سمت راست:

مجموع زاویه‌های شکل ۵ از سمت راست:

کار در کلاس ۱ صفحه ۵۴



پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۱ صفحه ۵۴: اندازه هر زاویه 90° درجه است و مجموع چهار زاویه ایجاد شده پس از ۲ بار تا کردن کاغذ 360° درجه است.



کار در کلاس ۲ صفحه ۵۴

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۲ صفحه ۵۴

ساعت	در جهت عقربه‌های ساعت	در خلاف جهت عقربه‌های ساعت
۱۲	۳۶۰ درجه	صفر درجه
۶	۱۸۰ درجه	۱۸۰ درجه
۹	۲۷۰ درجه	۹۰ درجه



کار در کلاس ۱ صفحه ۵۴

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۱ صفحه ۵۴: مجموع چهار زاویه ایجاد شده پس از ۲ بار تا کردن کاغذ به دل خواه 360° درجه است.



کار در کلاس ۲ صفحه ۵۴

توصیه آموزشی کار در کلاس ۲ صفحه ۵۴: در این تمرین از دانش آموزان بخواهید بدون استفاده از وسیله، اندازه هر زاویه را تخمین بزنند. تا قدرت تشخیص و تقریب زدن آن‌ها افزایش پیدا کند. زمانی که با دوستانشان درباره اندازه تخمینی هر زاویه صحبت می‌کنند، توانایی و قدرت استدلال آن‌ها نیز بالا می‌رود.



کار در کلاس ۳ صفحه ۵۴

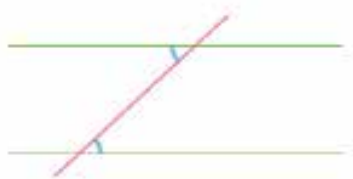
هدف: ایجاد رابطه بین شکل‌های هندسی و اندازه زاویه آن‌ها
پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۳ صفحه ۵۴: دانش آموزان پس اندازه‌گیری زاویه‌ها به خصوص شکل‌های مثلث به کمک خصوصیات آن‌ها نام هر شکل را بیان می‌کنند.
نام هر شکل از سمت راست: مثلث متساوی الساقین – مثلث متساوی الاضلاع – دوزنقه – لوزی.



کار در کلاس ۴ صفحه ۵۴

هدف: آشنایی با زاویه‌های متقابل به رأس

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۴ صفحه ۵۴ : دو زاویه های مشخص شده در هر شکل با هم برابر هستند.



کار در کلاس ۵ صفحه ۵۴



هدف : آشنایی با زاویه های محاطی رو به رو به یک کمان

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۵ صفحه ۵۴ : اندازه زاویه های مشخص شده با هم برابر هستند.



انواع زاویه (صفحات ۵۶ الی ۵۹)

اهداف درس چهارم

- یادآوری انواع زاویه
- معرفی زاویه‌های متقابل به رأس
- معرفی زاویه‌های مکمل و متمم

مهارت‌ها:

- مهارت حل مسئله‌های نیم‌ساز
- تشخیص زاویه‌های متقابل به رأس
- تشخیص زاویه‌های مکمل و متمم

توصیه‌های آموزشی

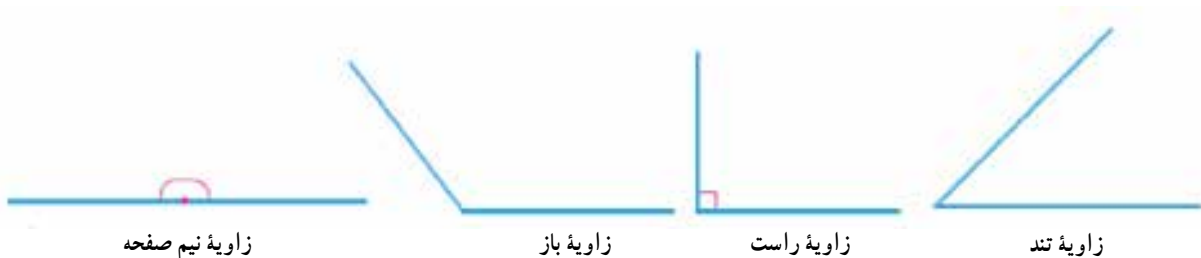
- در صورتی که دانش‌آموز مهارت کافی در کار با نقاله را ندارد، به او آموزش دهید.
- برای تعیین زاویه‌های بین عقربه‌های دقیقه شمار و ساعت‌شمار می‌توانید از ساعت واقعی استفاده کنید.

فعالیت



فعالیت ۱ صفحه ۵۶ (آشنایی با انواع زاویه)

- آنچه دانش‌آموزان کلاس ششم می‌دانند :
- با انواع زاویه در سال‌های گذشته آشنا شده‌اند.
- انواع زاویه را با توجه به نام آن می‌توانند با یک دیگر مقایسه کنند.
- به کمک نقاله می‌توانند اندازه هر زاویه را تعیین کنند.
- در این فعالیت از دانش‌آموزان خواسته شده است که ابتدا زاویه‌ها را اندازه بگیرند و سپس با توجه به اندازه و نام هر زاویه جاهای خالی را پر کنند. این کار به درک بیش‌تر اندازه‌های زاویه‌ها کمک می‌کند و مهارت آن‌ها را بالا می‌برد.



فعالیت

فعالیت ۱ صفحه ۵۶



- زاویه تند از زاویه راست کوچک تر و زاویه باز از زاویه راست بزرگ تر است.
- زاویه باز از زاویه نیم صفحه کوچک تر است.
- زاویه نیم صفحه دو برابر زاویه راست است.

فعالیت

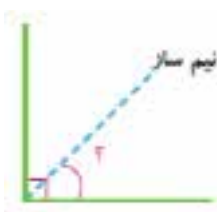
فعالیت ۲ صفحه ۵۶



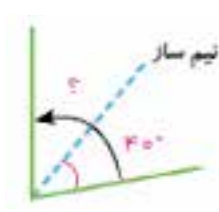
هدف : کاربرد زاویه در حل مسئله

نیم‌ساز زاویه نیم خطی است که زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

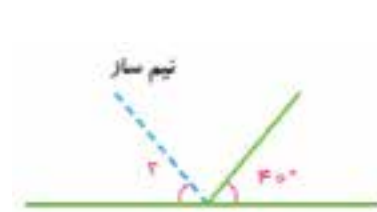
پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ۵۶



$$90 \div 2 = 45$$



$$2 \times 40 = 80$$



$$180 - 40 = 140$$

$$140 \div 2 = 70$$

فعالیت

فعالیت ۳ صفحه ۵۶



هدف : آشنایی با زاویه‌های متقابل به رأس

در این تمرین دانش‌آموزان با زاویه‌های متقابل به رأس آشنا می‌شوند. و سپس به کمک نقاله اندازه هر زاویه را محاسبه می‌کنند.



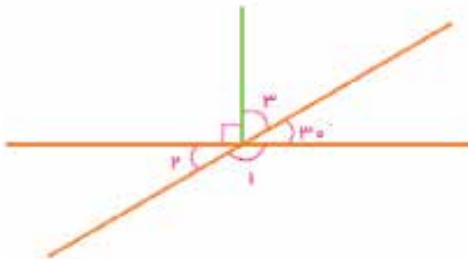
فعالیت ۴ صفحه ۵۶

هدف: مفهوم سازی در باره زاویه های متقابل به رأس
دو زاویه در صورتی با یک دیگر متقابل به رأس هستند که: رأس های مشترک داشته باشند و ضلع هایشان در امتداد یکدیگر باشد.



کار در کلاس صفحه ۵۷

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس صفحه ۵۷:



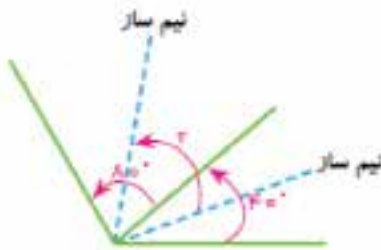
$$\text{زاویه ۳: } 180 - (90 + 30) = 60$$

زاویه ۲: با زاویه ۳۰ درجه متقابل به رأس است پس اندازه آن ۳۰ درجه است.

$$\text{زاویه ۱: } 180 - 30 = 150 \text{ یا } 90 + 60 = 150$$

$$80 \div 2 = 40 \text{ و } 40 \div 2 = 20$$

$$40 + 20 = 60$$



$$\text{زاویه سوم مثلث } 180 - (90 + 60) = 30$$

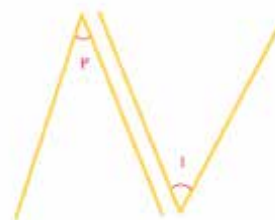
$$180 - 30 = 150$$

$$150 \div 2 = 75$$



فعالیت ۱ صفحه ۵۷

هدف: آشنایی با زاویه متمم
به هر دو زاویه که مجموع آن ها ۹۰ درجه باشد، زاویه متمم می گویند.
پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۵۷: در هر شکل مجموع زاویه های ۱ و ۲ برابر ۹۰ درجه است و این زاویه ها زاویه های متمم هستند.





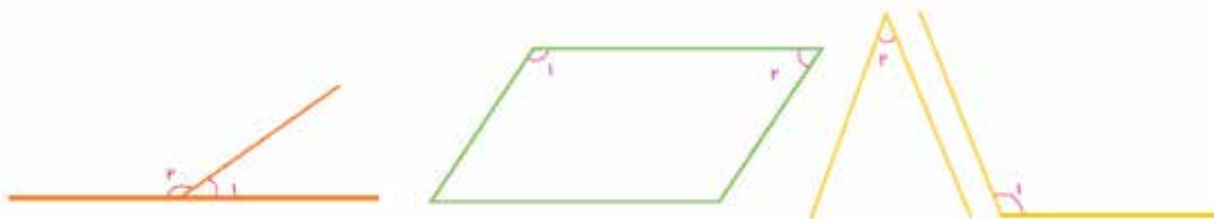
فعالیت ۱ صفحه ۵۷

هدف: آشنایی با زاویه مکمل

به هر دو زاویه که مجموع آن‌ها 180° درجه باشد، زاویه مکمل می‌گویند.

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۵۷: در هر شکل مجموع زاویه‌های ۱ و ۲ برابر 180° درجه است و این زاویه‌ها زاویه‌های

مکمل هستند.



کار در کلاس ۱ صفحه ۵۸



هدف: تثبیت یادگیری برای مفهوم زاویه‌های متمم و مکمل

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۱ صفحه ۵۸



$$\hat{1} + \hat{2} = 90^\circ$$



$$\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$$

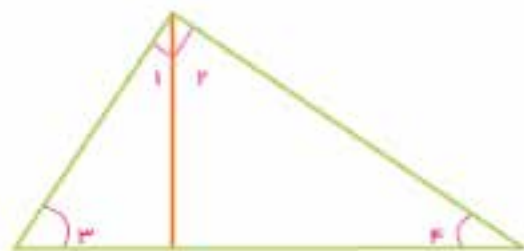


$$180^\circ = \text{زاویه } 2 + \text{زاویه } 1$$

$$180^\circ = \text{زاویه } 3 + \text{زاویه } 4$$

$$90^\circ = \text{زاویه } 1 + \text{زاویه } 2$$

$$90^\circ = \text{زاویه } 3 + \text{زاویه } 4$$



$$180^\circ = \text{زاویه } 2 + \text{زاویه } 1$$

$$180^\circ = \text{زاویه } 3 + \text{زاویه } 4$$



فعالیت ۱ صفحه ۵۸



هدف: کشف رابطه بین اندازه زاویه های مجاور ساق ها

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۵۸: در مثلث متساوی الساقین زاویه های مجاور ساق ها و قاعده مثلث (زاویه روبه روی

هر ساق) با هم برابر هستند.

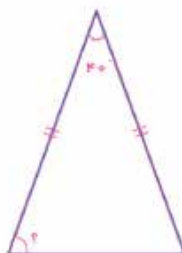
فعالیت ۲ صفحه ۵۸



پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ۵۸:

$$180 - 40 = 140$$

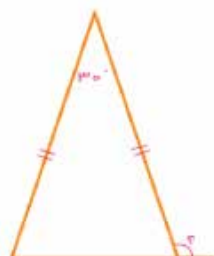
$$140 \div 2 = 70$$



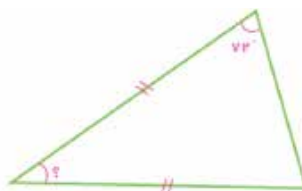
$$180 - 30 = 150$$

$$150 \div 2 = 75$$

$$180 - 75 = 105$$



$$180 - (72 \times 2) = 36$$

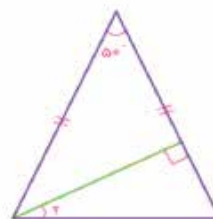


$$180 - 50 = 130$$

$$130 \div 2 = 65$$

$$180 - (90 + 50) = 40$$

$$65 - 40 = 25$$



تمرین ۲ صفحه ۵۹



پاسخ پیشنهادی تمرین ۲ صفحه ۵۹: با افزایش تعداد ضلع ها اندازه زاویه های رأس بیش تر می شود.

تمرین ۲ صفحه ۵۹

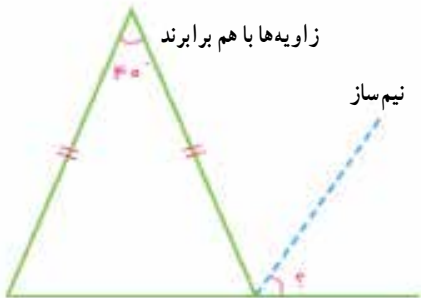


پاسخ پیشنهادی تمرین ۲ صفحه ۵۹: اگر قرینه هر مثلث را رسم کنیم اندازه هر زاویه با زاویه نظیر آن برابر است بنابراین اندازه زاویه های آن تغییری نمی کند.

تمرین ۳ صفحه ۵۹

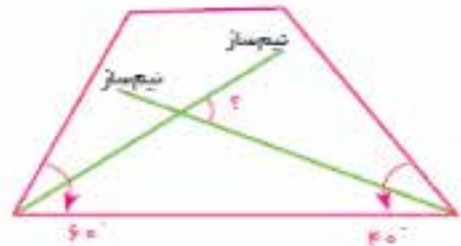


پاسخ پیشنهادی تمرین ۳ صفحه ۵۹:



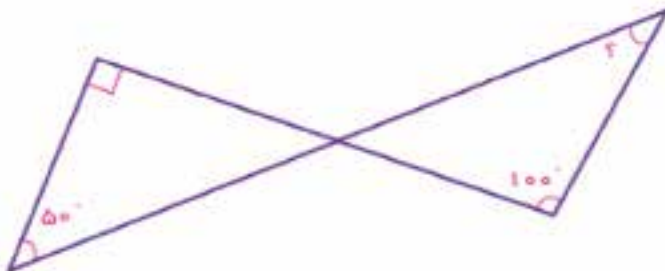
$$180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \quad ; \quad 140^\circ \div 2 = 70^\circ$$

$$180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \quad ; \quad 110^\circ \div 2 = 55^\circ$$



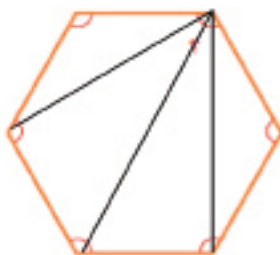
$$60^\circ \div 2 = 30^\circ \quad ; \quad 40^\circ \div 2 = 20^\circ$$

$$180^\circ - (30^\circ + 20^\circ) = 130^\circ \quad ; \quad 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$



$$180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$$

$$180^\circ - (100^\circ + 40^\circ) = 40^\circ$$



$$180^\circ \times 4 = 720^\circ$$

$$720^\circ \div 6 = 120^\circ$$

تمرین ۴ صفحه ۵۹



توصیه آموزشی تمرین ۴ صفحه ۵۹: در صورتی که دانش آموزان برای پاسخ گویی به این تمرین مشکل دارند می توانند از ساعت استفاده کنند.

پاسخ پیشنهادی تمرین ۴ صفحه ۵۹

10:25

03:45

02:15

03:30

03:00

به ترتیب از سمت راست: زاویه راست - زاویه تند - زاویه تند - زاویه باز - زاویه تند

حل مسئله

راهنمای حل مسئله تفکر نظام‌دار

صفحات ۴۹ و ۵۰

اهداف

- آشنایی دانش‌آموزان با راهنمای تفکر نظام‌دار برای حل مسئله.
- درک کاربرد تفکر نظام‌دار و توانایی به‌کارگیری آن.

مهارت‌ها

- توانایی استفاده از تفکر نظام‌دار در حل مسائل مختلف
- در این راهنمای هدف این است که دانش‌آموزان با یک تفکر منظم به حل مسئله بپردازند.

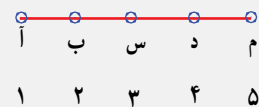
توصیه‌های آموزشی در حل مسئله با راهنمای تفکر نظام‌دار

- بهتر است که این تفکر نظام‌دار را در قالب یک جدول پیاده‌کرد تا این نظم به خوبی مشهود باشد.

نکته راهنمای حل مسئله با تفکر نظام‌دار :

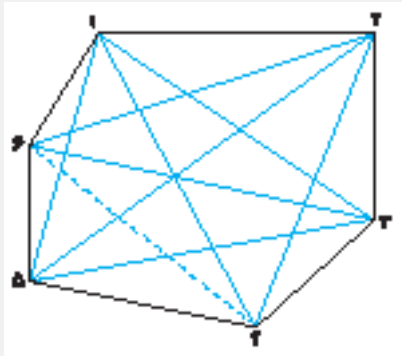
- شاید بتوان با هر بی‌نظمی هم به پاسخ مسئله رسید، اما آنچه مهم است، منظم فکر کردن است تا بتواند این شیوه تفکر در مسائل روزمره آینده دانش‌آموزان به کار گرفته شود.
- یکی از فایده‌های این راهنمای آن است که چیزی از جواب‌ها، از قلم نمی‌افتد و جواب تکراری هم نخواهیم داشت.
- پاسخ پیشنهادی برای هر یک از مسائل این فصل در زیر آمده است.
- ۱- توضیح : برای این که بتوان تعداد پاره‌خط‌ها را یافت، لازم است یک نقطه را به عنوان ابتدای پاره‌خط مشخص کرد و پاره‌خط‌هایی را که می‌توان با آن نوشت، شمارش کرد. به جدول زیر توجه کنید.

نقاط ابتدا	تعداد پاره‌خط‌ها
اولین نقطه : آ	۴
دومین نقطه : ب	۳
سومین نقطه : س	۲
چهارمین نقطه : د	۱



پنجمین نقطه یعنی «م» را به عنوان ابتدای پاره خط قرار ندادیم زیرا از «م» به بعد پاره خطی نخواهیم داشت. بنابراین تعداد پاره خط‌های شکل بالا معادل $1+2+3+4=10$ خواهد بود.

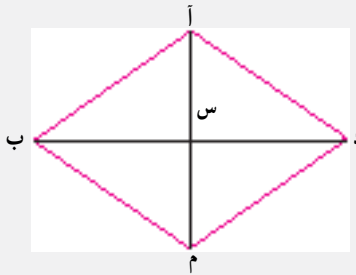
۲- برای پاسخ این سؤال رأس‌ها را شماره گذاری کرده و از رأس ۱ شروع می‌کنیم تعداد قطره‌های مربوط به آن را رسم می‌کنیم، هم‌زمان برای هم رأس قطره‌ایی را که می‌کشیم (قطره‌ایی که در مرحله قبل کشیده شده، شمرده نمی‌شوند زیرا تکراری هستند)، شمارش کرده و در جدولی مانند جدول زیر قرار می‌دهیم.



تعداد قطرها	نقاط رأس
۳	۱
۳	۲
۲	۳
۱	۴

نقاط ۵ و ۶ به عنوان رأس قرار نگرفتند زیرا در مراحل قبل، قطره‌های آنها رسم و شمارش شده بود. بنابراین تعداد قطره‌های شکل بالا معادل $1+2+3+3=9$ خواهد بود.

۳- در این سؤال نیز یک نقطه را به عنوان ابتدای پاره خط در نظر گرفته و پاره خط‌هایی را که با آن می‌توان نوشت می‌شماریم.



تعداد پاره خط‌ها	نقاط ابتدا
۴	آ
۳	ب
۲	م
۱	د

پرواضح است که پاره خط‌هایی که از «س» آغاز می‌شوند شمرده شده‌اند.

بنابراین تعداد پاره خط‌های موجود در شکل مقابل می‌شود: $1+2+3+4=10$

۴- برای این که دو عددی را پیدا کنیم که حاصل جمع آنها ۲۴ و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن باشد، دو عددی را در نظر می‌گیریم که همواره حاصل جمعشان ۲۴ باشد و سپس حاصل ضرب آنها را بررسی می‌کنیم تا به بیشترین مقدار ممکن برسیم. بهتر است برای آغاز از اعداد دو رقمی شروع کنیم.

حاصل ضرب	دومین عدد	اولین عدد
۱۴۰	۱۴	۱۰
۱۴۳	۱۳	۱۱
۱۴۴	۱۲	۱۲

نظم حاکم بر تفکر، در پاسخ به این سؤال در این است که یکی یکی به عدد اول اضافه می‌کنیم.

نکته این جاست که ما دیگر عدد اول را ۱۳ قرار نمی‌دهیم زیرا عدد دوم ۱۱ خواهد شد و این تکرار انتخاب دوم می‌باشد. پس

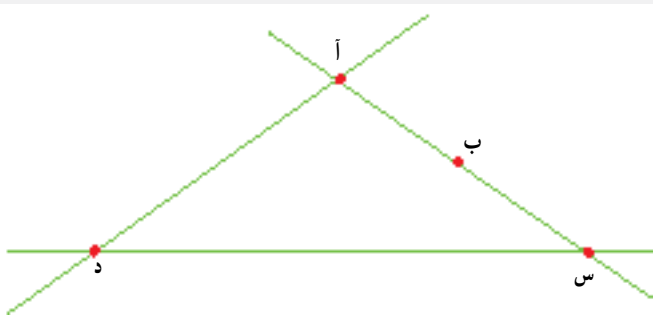
دو عدد با شرایط خواسته شده ۱۲ و ۱۲ خواهند بود.

۵- در پاسخ به این سؤال باید وقتی یک نقطه را در نظر می‌گیریم بدانیم که از آن نقطه به دو سر خط، ۲ نیم خط داریم و برای هر نقطه چنین حکمی صادق است. بنابراین با ۳ نقطه ۶ نیم خط به وجود خواهد آمد.

تعداد نیم خط‌ها	تعداد نقطه‌ها
۲	۱
۴	۲
۶	۳



۱- مانند سؤال ۳ عمل خواهیم کرد اما باید بدانیم که «آ»، «س» و «د» همزمان روی دو خط قرار دارند پس با هر کدام ۴ نیم خط می‌توان نوشت.



تعداد نیم خط‌ها	نقطه ابتدا
۴	آ
۲	ب
۴	س
۴	د

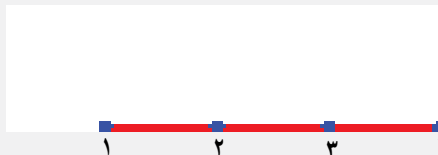
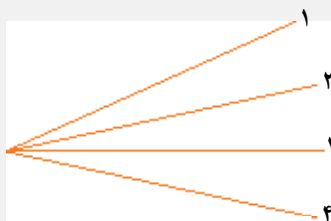
پس تعداد نیم خط‌های موجود در شکل معادل $4+2+4+4=14$ خواهد بود.

۴- الف) برای یافتن تعداد زاویه‌های شکل رسم شده بایستی هر نیم خط را به عنوان نیم خط آغازین زاویه در نظر گرفت و تمام زاویه‌هایی را که با آن می‌توان شروع کرد، شمارش کنیم. برای جلوگیری از اشتباه نیم خط‌ها را شماره گذاری می‌کنیم.

ب) این قسمت تکرار مسئله ۱ صفحه ۴۹ می‌باشد با این تفاوت که اینجا ۴ نقطه داریم.

اما شباهت آن با قسمت «الف» در این است که تعداد نیم خط‌ها در «الف» و تعداد نقاط «ب» هر دو ۴ تاست و در «الف» به جواب

۶ زاویه و در «ب» نیز به جواب ۶ پاره خط می‌رسیم.



تعداد زاویه‌ها	نیم خط آغازین
۳	۱
۲	۲
۱	۳
<u>۶</u>	

تعداد پاره خط‌ها	نقاط ابتدا
۳	۱
۲	۲
۱	۳
<u>۶</u>	

فصل

۴

عددهای تقریبی



تقریب زدن - قطع کردن

نگاه کلی به درس اول

دانش‌آموزان می‌آموزند که در زندگی روزمره و متناسب با موضوعاتی که سروکار داریم در صورت نیاز از عددهای تقریبی به جای مقدارهای واقعی و دقیق استفاده می‌کند. آنان باید در انتخاب دقت تقریب مهارت پیدا می‌کند به طوری که نتیجه عمل، همان دقتی را داشته باشد که لازم دارند. در این درس تقریب زدن اعداد به روش قطع کردن را می‌آموزند و نماد عدد پی را می‌شناسد و از مقدار عدد پی با تقریب‌های مختلف در محاسبه مسئله‌های ریاضی استفاده می‌کند.

اهداف درس اول

- لزوم تقریب زدن و تقریب مناسب را در شرایط و موقعیت‌های مختلف درک کنند و تشخیص بدهد.
- با استفاده از عبارت «با تقریب کمتر از...» تقریب مورد نظر را بیان کند.
- با استفاده از روش قطع کردن مقدار تقریبی اعداد را پیدا کند.

توصیه‌های آموزشی

- در بسیاری از زمان‌ها نیازی به بیان دقیق مقدار پدیده‌ها نیست بنابراین می‌توانیم از تقریب استفاده کنیم.
- هر فردی در اندازه‌گیری باید با توجه به صرف زمان و هزینه مناسب دقت مورد نیاز خود را مشخص کند. اگر دقت اندازه‌گیری را بالا ببریم زمان و هزینه اندازه‌گیری نیز زیاد خواهد شد و اگر دقت اندازه‌گیری را کم کند از ارزش اندازه‌گیری کاسته خواهد شد.
- وقتی با مقدار تقریبی سر و کار داریم اعداد $2/4$ یا $2/40$ یا $2/200$ فرق دارد.
- وقتی می‌گوییم با تقریب کمتر از 1° بدین معناست که این عدد با مقدار واقعی کمتر از 1° واحد اختلاف دارد.

ورود به مطلب

در ابتدای کلاس با یک متر وارد شوید و از دانش‌آموزان بخواهید به کمک متر قد خود را اندازه‌گیری کنند. هدف اصلی این قسمت، آشنا کردن دانش‌آموزان با این نکته است که در بسیاری از زمان‌ها نیازی به بیان دقیق مقدار پدیده‌ها نیست. پس از بیان مثال‌های کتاب و بحث درباره آنها، از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های دیگری از زندگی روزمره خود در این باره بیان کنند. سعی کنید در هر یک از مثال‌ها مشخص کنید تا چه دقتی لازم است که پدیده مورد بررسی قرار گیرد و از دانش‌آموزان بخواهید این موضوع را توضیح دهند. آنان باید به این مطلب پی ببرند که اگر دقت اندازه‌گیری را بالا ببرند زمان و هزینه اندازه‌گیری نیز زیاد خواهد شد. وقتی با مقدار تقریبی سر و کار داریم $2/4$ یا $2/40$ یا $2/200$ فرق دارد. وقتی می‌گوییم با تقریب کمتر از 1° بدین معناست که این عدد با مقدار واقعی کمتر از 1° واحد اختلاف دارد.

هر کدام از ابزارهای اندازه‌گیری تا حدودی می‌توانند عددهای دقیق را بیان کنند. برای مثال، دقت خط‌کشی که فقط واحدهای سانتی‌متر را دارد 1 سانتی‌متر است؛ یعنی این خط‌کش کمتر از یک سانتی‌متر را مشخص نمی‌کند. برای اندازه‌گیری دقیق‌تر طول، با توجه به واحد می‌توانیم آن را به قسمت‌های کوچکتر تقسیم کنیم. به‌طور مثال 1 سانتی‌متر برابر 10 میلی‌متر است پس هر سانتی‌متر را می‌توانیم به 10 تا میلی‌متر تقسیم کنیم.

توصیه‌های آموزشی

- برای آموزش تقریب زدن می‌توان از مفهوم تخمین زدن که دانش‌آموزان با آن آشنا هستند، بهره برد.
- برای محاسبه حاصل ضرب تقریبی دو عدد، می‌تواند اعداد را تقریب بزنند.
- در بررسی نمونه‌های تمرین‌های کتاب می‌توانید در مورد علت انتخاب و دقت اندازه‌گیری بحث مختصری در کلاس طرح کنید.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- دانش‌آموزان با مقایسه انواع خط‌کش‌ها و بررسی واحدهای آن به این مطلب پی خواهند برد که: واحد خط‌کش، سانتی‌متر است، دقت خط‌کشی که فقط واحدهای سانتی‌متر را دارد 1 سانتی‌متر است؛ یعنی این خط‌کش کمتر از یک سانتی‌متر را مشخص نمی‌کند. اما اگر هر واحد سانتی‌متر آن به 10 قسمت (میلی‌متر) یک میلی‌متری تقسیم شده است، دقت خط‌کشی که میلی‌متر دارد 1 میلی‌متر است؛ یعنی این خط‌کش کمتر از یک میلی‌متر را مشخص نمی‌کند.

تقریب زدن به روش قطع کردن

در روش قطع کردن، به جای رقم‌هایی که برای ما در تقریب زدن ارزش زیادی ندارند صفر می‌گذاریم. می‌توانید کلاس را با یک بازی به نحو زیر آغاز کنید. ۷ نفر دور هم بایستند. یکی بازی را شروع کند. عددی بزرگتر از ۱۰۰۰ را بگوید. نفر بعدی با حذف خورده‌های کوچکتر از ۱۰۰۰ عدد را تکرار کند و یک عدد جدید بگوید و بازی ادامه یابد. هر نفر که اشتباه کرد از دور بازی خارج می‌شود.

توجه داشته باشید که اگر بتوانید جمله مثلاً (با تقریب کمتر از ۱۰) را در کلاس به بحث بگذارید و روشن کنید. بسیاری از نکته‌های بعدی درس نیز روشن خواهد شد. اگر دانش‌آموزان درک کنند که وقتی با تقریب کمتر از ۱۰ عددی را بیان کند، بدین معناست که این عدد با عدد واقعی کمتر از ۱۰ واحد تفاوت دارد و در عدد تقریبی رقم‌های کمتر از ۱۰ بیان نمی‌شود. بعد از این بحث از دانش‌آموزان بخواهید به سؤالات این درس پاسخ دهند.

توصیه‌های آموزشی

— هدف این قسمت پیدا کردن دستورالعملی مناسب برای تقریب زدن عددها به روش قطع کردن است. بنابراین بعد از حل دانش‌آموزان، از آنها بخواهید جواب به دست آمده را تفسیر کنند.

موارد زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- ۱— برای اندازه‌گیری با توجه به موضوع و اهمیت آن از تقریب‌های مختلفی استفاده می‌کنیم.
- ۲— در بیان تقریب حتماً واحد را مشخص کنید. (به طور مثال: کیلوگرم یا گرم)
- ۳— با استفاده از عبارت «با تقریب کمتر از ...» تقریب مورد نظر را بیان کنید.
- ۴— به جای معمولاً عددهای ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و یا $\frac{1}{10}$ ، $\frac{1}{100}$ ، $\frac{1}{1000}$ را می‌نویسیم.
- ۵— برای مثال وقتی می‌گوییم با تقریب کمتر از ۱۰ یعنی رقم‌های کمتر از دهگان ارزش زیادی ندارند و نیاز به بیان آنها نیست. به این ترتیب رقم‌های یکان، ده، صدم، هزارم و ... حذف و به جای آنها صفر قرار می‌دهیم.
- ۶— به این روش تقریب زدن (همانند مراحل بالا) روش قطع کردن می‌گوییم. یعنی به جای رقم‌هایی که برای ما در تقریب زدن ارزش زیادی ندارند صفر می‌گذاریم.

فعالیت

فعالیت زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود
(هر کسر را می‌توان به صورت یک تقسیم نوشت)



این فعالیت از سه مرحله تشکیل می‌شود که به شرح زیر می‌باشد:

مرحله اول:

- ۱— پاره خطی را به عنوان واحد انتخاب کنید. مثلاً پاره خطی به طول ۴ سانتی‌متر را به عنوان واحد انتخاب کنید. (دست‌ورز)

۲- دانش‌آموزان را گروه‌بندی کنید.

۳- هر گروه دو نوار کاغذی هم اندازه به طول ۳ واحد (مثلاً $۱۲ = ۳ \times ۴$) تهیه کنند.

۴- می‌خواهیم مقدار $\frac{۳}{۴}$ را روی نوار اول نمایش دهیم.

۵- پاره خط واحد را روی نوار شماره ۱ قرار دهید و اندازه یک واحد را مشخص کنید.

۶- واحد را به چهار قسمت مساوی (برابر‌مخرج کسر) تقسیم کنید.

۷- به اندازه $\frac{۳}{۴}$ یعنی ۳ قسمت از ۴ قسمت یک واحد جلو بروید و کسر $\frac{۳}{۴}$ را نشان دهید.

۸- می‌خواهیم مقدار $۴ \div ۳$ را روی نوار دوم نشان دهیم.

۹- اندازه نوار به مقدار ۳ واحد است. برای راحتی کار به جای این که ۳ واحد را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید می‌توانید

ابتدا ۳ واحد را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید، سپس هر قسمت را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید تا ۳ واحد به ۴ قسمت مساوی تقسیم شود.

۱۰- با توجه به مورد شماره ۹، ۳ واحد را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید.

۱۱- سپس هر قسمت را به دو قسمت مساوی تقسیم کنیم تا ۳ واحد به ۴ قسمت مساوی تقسیم شود.

۱۲- اولین قسمت روی نوار نمایش تقسیم $۴ \div ۳$ است.

۱۳- حالا گروه‌ها دو نوار کاغذی را با یکدیگر مقایسه کنند.

۱۴- مقدار $\frac{۳}{۴}$ (اندازه طول مشخص شده در نوار ۱) با مقدار $۴ \div ۳$ (اندازه طول مشخص شده در نوار ۲) برابر است.

۱۵- بنابراین این دو مقدار با هم برابر هستند، یعنی $\frac{۳}{۴} = ۴ \div ۳$

۱۶- به کمک شکل و محور اعداد مراحل بالا را انجام دهند و نتیجه را بیان کنند. (تصویری)

۱۷- نحوه انجام مراحل بالا را توضیح دهند. (کلامی) توضیح دادن باعث افزایش قدرت ارتباط کلامی در دانش‌آموزان

می‌شود و توانایی استدلال آنها را بالا می‌برد.

هر دانش‌آموز باید فعالیت‌های دست‌ورز، تصویری و کلامی را انجام دهد تا به سطح مورد نظر برسد.

مرحله دوم :

۱- محور اعداد را رسم کنید. هر واحد محور را برابر واحد فعالیت ۱ قرارداد کنید.

۲- روی محور ۳ واحد را مشخص کنید.

۳- برای راحتی کار به جای این که ۳ واحد را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید می‌توانید ابتدا ۳ واحد را به دو قسمت مساوی

تقسیم کنید، سپس هر قسمت را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید تا ۳ واحد به ۴ قسمت مساوی تقسیم شود.

۴- با توجه به مورد شماره ۳، ۳ واحد را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید، نقطه وسط این ۳ واحد $\frac{۶}{۴}$ است.

۵- سپس هر قسمت را به دو قسمت مساوی تقسیم کنیم تا ۳ واحد به ۴ قسمت مساوی تقسیم شود.

۶- اولین قسمت روی نقطه $\frac{۳}{۴}$ قرار دارد.

مرحله سوم :

۱- در هر دو فعالیت (فعالیت ۱ و ۲) واحد را یکسان انتخاب کردیم.

۲- در فعالیت ۱ مقدار کسر $\frac{۳}{۴}$ را روی محور اعداد نشان دادیم.

۳- در فعالیت ۲ مقدار تقسیم $(۴ \div ۳)$ را روی محور اعداد نشان دادیم.

۴- با مقایسه و انطباق دو محور متوجه می شوید که هر دو مقدار ($\frac{3}{4}$ و $3 \div 4$)، روی یک نقطه از محور اعداد قرار دارند.

۵- بنابراین این دو مقدار با هم برابر هستند، یعنی $\frac{3}{4} = 3 \div 4$

۶- نتیجه می گیریم که: هر کسر را می توان به صورت یک تقسیم نوشت.

۷- حالا عملیات تقسیم را انجام می دهیم.

۸- با تقسیم صورت بر مخرج هر کسر می توان آن را به صورت یک عدد اعشاری نشان داد.

۹- با پیشروی در تقسیم می توانیم حاصل تقسیم را دقیق تر بیان کنیم.

۱۰- وقتی می گوئیم تقسیم را تا یک رقم اعشار ادامه دهید، یعنی حاصل تقسیم را با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ نشان دهید.

۱۱- وقتی می گوئیم تقسیم را تا دو رقم، سه رقم یا ... اعشار ادامه دهید، یعنی حاصل تقسیم را با تقریب کمتر از $\frac{1}{100}$ ، $\frac{1}{1000}$ یا ... نشان دهید.

۱۲- بنابراین نتیجه می گیریم که با پیشروی در تقسیم می توان حاصل تقسیم را تا مقدار مورد نظر تقریب (تعداد اعشار در خارج قسمت) محاسبه کرد و به صورت عدد اعشاری نوشت.

۱۳- با توجه به مورد ۶ و ۱۲ نتیجه می گیریم که: هر کسر را می توان به صورت یک تقسیم و هر تقسیم را می توان به صورت یک عدد اعشاری نوشت بنابراین هر کسر را می توان به صورت یک عدد اعشاری نوشت.

توصیه های آموزشی

- می دانیم که هر کسر را می توان به صورت یک تقسیم نوشت بنابراین عملیات تقسیم را انجام دهید.

- با تقسیم صورت بر مخرج هر کسر می توان آن را به صورت یک عدد اعشاری نشان داد.

- با پیشروی در تقسیم می توانیم حاصل تقسیم را دقیق تر بیان کنیم.

- وقتی می گوئیم تقسیم را تا یک رقم اعشار ادامه دهید، یعنی حاصل تقسیم را با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ نشان دهید.

- وقتی می گوئیم تقسیم را تا دو رقم، سه رقم یا ... اعشار ادامه دهید، یعنی حاصل تقسیم را با تقریب کمتر از $\frac{1}{100}$ ، $\frac{1}{1000}$ یا ... نشان دهید.

- بنابراین نتیجه می گیریم که با پیشروی در تقسیم می توان حاصل تقسیم را تا مقدار مورد نظر تقریب (تعداد اعشار در خارج قسمت) محاسبه کرد و به صورت عدد اعشاری نوشت.

توصیه های آموزشی

- توصیه می شود از دانش آموزان بخواهید که به کمک ابزار ماشین حساب حاصل تقسیم را به دست آورند.

- در تمرین های این درس بحث مقدار تقریبی عدد بی مطرح شده است که بیان این مطلب برای دانش آموزان جالب خواهد بود که در حقیقت هیچ کسری را نمی توان یافت که کاملاً برابر عدد پی باشد.

- یکی از اشتباهات رایج دانش آموزان این است که بعد از حذف رقم های کمتر از مقدار تقریب به جای آن صفر نمی گذارند. در صورت دیدن چنین اشتباهی در کلاس آن را برای همه دانش آموزان توضیح دهید.

تقریب زدن - گرد کردن

نگاه کلی به درس دوم

در این درس دانش‌آموزان در انتخاب دقت تقریب مهارت پیدا می‌کنند به‌طوری‌که، نتیجهٔ عمل، همان دقتی را داشته باشد که لازم دارد. آنان تقریب زدن اعداد به روش گرد کردن را به درستی انجام می‌دهند. روش گرد کردن را روی جدول ارزش مکانی و محور اعداد توضیح می‌دهند و می‌آموزند که در تقریب به روش گرد کردن، گاهی به جای حذف مقدار کمتر از تقریب بهتر است مقداری را به آن اضافه کنند تا جواب نزدیک‌تر و با خطای کمتری به‌دست آید.

اهداف درس دوم

- لزوم تقریب زدن و تقریب مناسب را در شرایط و موقعیت‌های مختلف درک کنند و تشخیص بدهد.
- با استفاده از عبارت «با تقریب کمتر از...» تقریب مورد نظر را بیان کند.
- با استفاده از روش گرد کردن مقدار تقریبی اعداد را پیدا کند.
- تفاوت تقریب زدن به روش قطع کردن و گرد کردن را بیان کند.

ورود به مطلب

از دانش‌آموزان بخواهید عددهای ۴۹۹۹۹، ۳۹۹۹۹، ۲۹۹۹۹ و... را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰ قطع کنند سپس نظر آنها را در مورد جواب‌هایی که به دست آورده‌اند پیرسید و این موضوع را به بحث بگذارید. ممکن است در این بحث روش گرد کردن توسط دانش‌آموزان مطرح شود که شروع خوبی برای درس خواهد بود. پس از بحث و بررسی روش گرد کردن را یک بار توضیح دهید. محدوده تقریب را مشخص کنید و از آنها بخواهید مشخص کنند که به کدام عدد نزدیک‌تر است و آن را به عنوان جواب معرفی کنید. در تقریب به روش گرد کردن اگر نخستین عدد از عددهایی که حذف می‌کنیم، بیشتر از ۵ باشد، باید به آخرین رقمی که حذف نکرده‌ایم، یک واحد اضافه کنیم. در تقریب به روش گرد کردن اگر نخستین رقم از رقم‌های حذف شده کمتر از ۵ باشد، رقم‌های باقی‌مانده را دست نمی‌زنیم. اگر بخواهیم با حذف رقم ۵ (وقتی بعد از آن رقم دیگری وجود ندارد) عددی را گرد کنیم، می‌توانیم رقم ۵ را بدون تغییر در رقم قبلی حذف کرد و می‌توان، بعد از حذف آن، به رقم قبلی یک واحد اضافه کرد. برای اینکه در استفاده از عددهای تقریبی خطای کمتری کنیم، از روش گرد کردن استفاده می‌کنیم. در این روش (گرد کردن) با توجه به تقریب مورد نظر عدد تقریبی را انتخاب می‌کنیم که به مقدار واقعی نزدیک‌تر باشد.

توصیه‌های آموزشی

- برای مفهوم‌سازی و افزایش مهارت در دانش‌آموزان از آنها خواسته شود عدد را قبل و بعد از تقریب روی محور اعداد نشان دهند و محل عددها را قبل و بعد از تقریب با هم مقایسه کنند.
- یکی از نکته‌های جالب تمرین‌های این درس تقویت مهارت جدول خوانی و تشکیل جدول است بنابراین سعی کنید خود دانش‌آموزان نحوه جدول خوانی و تشکیل جدول را کشف کنند.
- برای افزایش مهارت تقریب زدن و مقایسه روش‌های قطع کردن و گرد کردن پیشنهاد می‌شود که عددهای تقریبی را روی محور اعداد نشان دهند تا بهتر بتوانند فاصله آنها را با مقدار واقعی بهتر درک کنند و تفاوت بین روش گرد کردن و قطع کردن را درک کنند.
- در تمرین‌های صفحه ۶۶ از دانش‌آموزان خواسته شده است که مشخص کنند مقدار واقعی، عدد تقریبی بین چه عددهایی است. برای درک بهتر و پاسخ‌گویی صحیح‌تر پیشنهاد می‌شود از محور اعداد استفاده شود.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- می‌توانید به کمک سیم و توپ وسیله‌ای همانند شکل کتاب درست کنید تا دانش‌آموزان با قرار دادن توپ در قسمت‌های مناسب و حرکت توپ‌ها به سمت عددها به درک بهتری از مفهوم گرد کردن برسند. (دست‌ورز)
- دانش‌آموزان با استفاده از تصویر و توجه به محل قرار گرفتن توپ‌ها و همچنین حرکت توپ‌ها به سمت عددها، به درک تصویری مفهوم گرد کردن برسند. (تصویری)
- دانش‌آموزان با توضیح دادن درباره محل قرار گرفتن توپ‌ها و حرکت توپ‌ها به سمت عددها به مفهوم گرد کردن برسند. (کلامی)

موارد زیر جهت افزایش مهارت تقریب زدن به روش گرد کردن در دانش آموزان توصیه می شود.

- ۱- در روش گرد کردن باید به مقادیری که از تقریب مورد نظر کمترند، توجه کنیم.
- ۲- با توجه به مقدار تقریب باید مشخص کنیم که عدد مورد نظر بین کدام دو عدد قرار دارد.
- ۳- در جدول ارزش مکانی، وقتی مقدار تقریب کمتر از 10^0 مورد نظر است، یعنی از رقم های یکان، دهم، صدم و ... صرف نظر می شود.
- ۴- با توجه به تقریب مورد نظر عدد تقریبی را انتخاب می کنیم که به مقدار واقعی نزدیکتر باشد یعنی مقدار خطای (اختلاف با عدد واقعی) آن کمتر باشد.
- ۵- در تقریب به روش گرد کردن اگر نخستین عدد از عددهایی که حذف می کنیم، بیشتر از ۵ باشد، باید به آخرین رقمی که حذف نکرده ایم، یک واحد اضافه کنیم.
- ۶- در تقریب به روش گرد کردن اگر نخستین رقم از رقم های حذف شده کمتر از ۵ باشد، رقم های باقی مانده را دست نمی زنیم.
- ۷- اگر بخواهیم با حذف رقم ۵ (وقتی بعد از آن رقم دیگری وجود ندارد) عددی را گرد کنیم، می توانیم رقم ۵ را بدون تغییر در رقم قبلی حذف کرد و می توان، بعد از حذف آن، به رقم قبلی یک واحد اضافه کرد.

حل مسئله:

راهربرد حل مسئله ساده‌تر

نگاه کلی

استفاده از عددهای صحیح به جای عددهای گویا (کسری - اعشاری) باعث ساده‌تر شدن مسئله و درک بهتر آن می‌شود. حل مسئله در تعداد حالت‌های کمتر باعث سریع‌تر پیدا کردن الگوی مناسب حل مسئله و ارتباط آن به مسئله اصلی می‌گردد. بعضی از مسئله‌ها به نظر می‌رسد، ظاهری دشوار و پیچیده دارند اما اگر مسئله را ساده کنیم و یا در حالت خاص یا ساده شده به بررسی آن بپردازیم، راه حل مسئله آشکار می‌شود. یکی از روش‌های ساده کردن مسئله استفاده از عددهای صحیح یا تقریبی به جای کسری و اعشاری است. گاهی اوقات حل مسئله در حالت کلی یا با اعداد بزرگ و غیر معقول، ناممکن به نظر می‌رسد، در این صورت بهتر است مسئله در تعداد حالت‌های کمتر حل شود و با یک الگویابی این مسئله ساده شده را به مسئله اصلی مرتبط کرد.

— آشنایی دانش‌آموزان با راهبرد حل مسئله ساده‌تر.
— درک کاربرد راهبرد حل مسئله ساده‌تر و توانایی به کارگیری آن در حل مسئله.

اهداف

توصیه‌های آموزشی

- در حل بعضی از مسئله‌های ریاضی، راهبرد حل مسئله ساده‌تر می‌تواند حل مسئله را راحت‌تر کند.
- معلم بایستی راهبرد حل مسئله ساده‌تر را همراه با حل مسئله به کمک دانش‌آموزان توضیح دهد. سپس با حل مسائل متنوع و با استفاده از این راهبرد، دانش‌آموزان توانایی به کارگیری از آن را در حل مسائل می‌آموزند.
- برای حل مسئله با راهبرد حل مسئله ساده‌تر بهتر است مراحل فهمیدن مسئله - انتخاب راهبرد - حل مسئله - بازگشت به عقب را طی کنید.

مراحل زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

سؤال: در یک کارخانه لوله‌هایی به طول $5\frac{1}{4}$ متر تولید می‌شود. این کارخانه هر روز ۲۴۸ لوله تولید می‌کند. در هر روز

چند متر لوله تولید می‌شود؟

مراحل پاسخ پیشنهادی

فهمیدن مسئله:

۱- داده‌های مسئله کدام‌اند؟

در یک کارخانه لوله‌هایی به طول $5\frac{1}{4}$ متر تولید می‌شود. این کارخانه هر روز ۲۴۸ لوله تولید می‌کند.

۲- مسئله چه چیزی را از شما خواسته است؟

در هر روز چند متر لوله تولید می‌شود؟

۳- مسئله را خلاصه کنید.

طول لوله‌ها = $5\frac{1}{4}$ متر؛ تولید هر روز کارخانه = ۲۴۸ لوله؛ مقدار تولید روزانه لوله به متر =

انتخاب راهبرد: برای این که مسئله را راحت‌تر درک کنیم و راه حل آن را بیابیم، آن را با عددهای دیگر ساده می‌کنیم.

پاسخ پیشنهادی: در یک کارخانه لوله‌هایی به طول ۵ متر تولید می‌شود. این کارخانه هر روز ۲۰۰ لوله تولید می‌کند. در هر

روز چند متر لوله تولید می‌شود؟

حل مسئله: مسئله ساده شده بالا به صورت زیر حل می‌شود.

پاسخ پیشنهادی:

مقدار تولید لوله در یک روز = ۱۰۰۰ متر $200 \times 5 =$

حالا مسئله اصلی را حل کنید.

پاسخ پیشنهادی:

مقدار تولید لوله در یک روز ۱۳۰۲ متر است. $248 \times 5\frac{1}{4} = 248 \times \frac{21}{4} = \frac{5208}{4} = 1302$ متر است.

بازگشت به عقب: عملیات ضرب عدد مخلوط را کنترل کنید.

مراحل زیر جهت افزایش مهارت در دانش آموزان توصیه می‌شود.

سؤال: اگر علی درست وسط یک صف ایستاده و از اول صف نفر ۲۴۷ باشد، تعداد نفرات این صف چند نفر است؟

مراحل پاسخ پیشنهادی:

فهمیدن مسئله: بین علی و تعداد نفرات ایستاده در صف چه رابطه‌ای وجود دارد؟

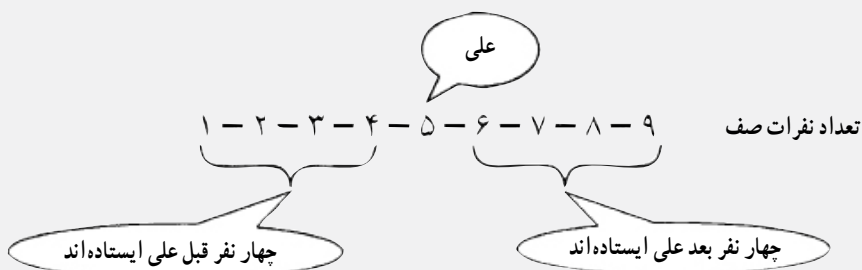
پاسخ پیشنهادی: علی وسط صف ایستاده است؛ پس تعداد افرادی که قبل از علی در صف ایستاده‌اند با تعداد افرادی که بعد

از علی در صف ایستاده‌اند، برابر است.

انتخاب راهبرد: نوشتن تمام افراد تا ۲۴۷ نفر کمی طولانی است. برای این که رابطه بین علی و تعداد نفرات ایستاده در صف

را متوجه شویم، تعداد آنها را کمتر می‌کنیم.

مسئله ساده‌تر: اگر علی درست وسط یک صف ایستاده و از اول صف نفر ۵ باشد، تعداد نفرات این صف چند نفر است؟



حل مسئله: تعداد نفرات این صف را به دست آورید. در راه حل این تمرین چه الگویی وجود دارد؟

روش اول پیشنهادی :

علی

$$۴ + ۴ + ۱ = (۲ \times ۴) + ۱ = ۹ \text{ نفر}$$

علی

$$۴ + ۴ + ۱ = (۲ \times ۴) + ۱ = ۹$$

چهار نفر بعد علی ایستاده اند

چهار نفر قبل علی ایستاده اند

روش دوم پیشنهادی :

علی

$$۵ + ۵ - ۱ = (۲ \times ۵) - ۱ = ۹ \text{ نفر}$$

علی

$$۵ + ۵ - ۱ = (۲ \times ۵) - ۱ = ۹$$

علی نفر پنجم از ابتدای صف است.

علی نفر پنجم از انتهای صف است.

پاسخ پیشنهادی :

روش اول : تعداد نفراتی که قبل از علی در صف ایستاده اند برابر ۴ نفر ($۵-۱=۴$) است. تعداد نفراتی که بعد از علی در صف ایستاده اند نیز برابر ۴ نفر است. پس ابتدا تعداد نفراتی را که در صف، قبل و بعد از علی ایستاده اند را محاسبه می کنیم، سپس حاصل را با ۱ (علی) جمع می کنیم.

روش دوم : علی از ابتدای صف نفر پنجم است. علی از انتهای صف نیز نفر پنجم است. اگر این دو مقدار را با هم جمع کنیم، علی دو بار محاسبه می شود، بنابراین باید از حاصل ۱ (علی) کم کنیم.

همین الگو را برای مسئله اصلی به کار ببرید. تعداد نفرات این صف را به دست آورید.

روش اول :

$$۲۴۶ + ۲۴۶ + ۱ = (۲ \times ۲۴۶) + ۱ = ۴۹۳ \text{ نفر}$$

روش دوم :

$$۲۴۷ + ۲۴۷ - ۱ = (۲ \times ۲۴۷) - ۱ = ۴۹۳ \text{ نفر}$$

باز گشت به عقب : آیا می توان الگوی محاسبه تعداد نفرات این صف را برای تعداد نفرات بیشتر به کار برد؟

پاسخ پیشنهادی : بله، در صورتی که تعداد نفرات ایستاده در صف فرد باشد.

نمایش عددهای تقریبی روی محور

نگاه کلی به درس سوم

در این درس دانش‌آموزان مقایسهٔ انجام محاسبات تقریبی به دو روش (تقریب زدن و سپس انجام عملیات یا انجام عملیات و سپس تقریب زدن) را می‌آموزند به درک مقدار خطای تقریب در محاسبات تقریبی جمع کسرها پی می‌برند و پس از مشاهده و درک مقدار خطای تقریب در محاسبات تقریبی به کمک شکل (طولی - مساحتی) آن مقدار را محاسبه می‌کنند.

اهداف درس سوم

- نمایش تقریبی عددهای کسری روی محور اعداد
- انجام محاسبات تقریبی (به دو روش)
- محاسبهٔ خطای تقریب در محاسبات ریاضی

ورود به مطلب

از دانش‌آموزان بخواهید محورهای عددها را با واحدهای ۱ و ۱۰ و ۱۰۰ و $\frac{1}{10}$ رسم کنند. سپس برای هر محور عددی متناسب با آنها را به دانش‌آموزان معرفی کنید و از آنها بخواهید محلی مناسب برای هر کدام از عددهای پیشنهادی شما روی محور خود مشخص کنند. سپس نزدیکترین نقطه مشخص شده روی محور به عدد مورد نظر را اعلام نمایند.

برای نمایش کسر کوچکتر از واحد روی محور اعداد ابتدا باید کسر را به عدد اعشاری (به کمک تقسیم صورت بر مخرج کسر) تبدیل کرد و پس از تقسیم صورت بر مخرج کسر مقدار عدد تقریبی با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ و به روش قطع کردن را محاسبه کنند.

توصیه‌های آموزشی

- در هنگام محاسبه مقدار تقریبی کسرها استفاده از ماشین حساب مفید است؛ چون هدف تقویت مهارت تقسیم کردن نیست بلکه هدف اصلی تعیین مقدار تقریبی عدد به دست آمده از تقسیم است.
- محاسبه تقریبی می‌تواند تصور خوبی از حدود پاسخ عملیات ریاضی را مشخص کند.
- چون در صورت تمرین عنوان شده است که حاصل تقسیم را تا یک رقم اعشار محاسبه کنید پس مقدار تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ است. برای درک این مطلب توصیه می‌شود تمرین‌های متنوع انجام شود.
- چون در تمرین عنوان شده است که حاصل تقسیم را تا یک رقم اعشار محاسبه کنید بنابراین پس از قرار گرفتن یک رقم اعشار در خارج قسمت نیازی به ادامه تقسیم نیست. برای درک این مطلب از دانش‌آموزان می‌خواهیم تقسیم را انجام دهند و در مورد علت این موضوع بحث و تبادل نظر کنند

موارد زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- برای نشان دادن عدد مخلوط تقریبی روی محور اعداد پیشنهاد می‌شود مراحل زیر را انجام دهید :
- ۱- عدد مخلوط را به صورت عدد اعشاری بنویسد. (با تقسیم صورت بر مخرج کسر)
- ۲- عدد اعشاری را با تقریب مورد نظر به صورت عدد اعشاری تقریبی بنویسد.
- ۳- عدد اعشاری تقریبی را به صورت کسر اعشاری تقریبی بنویسد.
- ۴- کسر تقریبی اعشاری را به صورت عدد مخلوط تقریبی بنویسد.
- ۵- محور را به توجه به واحد تقسیم‌بندی کرده و عدد را روی محور اعداد نشان دهند.

مفهوم‌سازی مقدار خطای تقریب در محاسبات تقریبی جمع عددها و جمع کسرها

طول کل پاره خط را محاسبه کردیم، سپس با تقریب کمتر از ۱ و به روش قطع کردن اندازه طول کل پاره خط را تقریب زدیم که برابر 20 سانتی‌متر شد. اندازه طول هر پاره خط (قرمز – آبی) را با تقریب کمتر از ۱ و به روش قطع کردن تقریب زدیم که این کار باعث شد طول هر پاره خط با مقدار واقعی کمی اختلاف داشته باشد. پس از تقریب طول هر پاره خط را به صورت عدد کسری نمایش دادیم. وقتی اندازه دو پاره خط را پس از تقریب زدیم، با هم جمع کردیم مقدار خطای تقریب هر دو با هم جمع شد و عدد حاصل کمی از اندازه واقعی کمتر شد. بنابراین یک بار اندازه طول پاره خط قرمز و بار دیگر اندازه طول پاره خط آبی را تقریب زده‌ایم پس زمانی که این دو پاره خط را با هم جمع می‌کنیم فاصله آنها تا اندازه واقعی به علت تأثیر مقدار خطای تقریب هر دو در محاسبه کمی بیشتر می‌شود.

عدد $4/25$ را با تقریب کمتر از ۱ و به روش گرد کردن برابر ۴ است. مقدار خطای تقریب برابر $25/0$ است. (این مقدار با توجه به میزان تقریب کم ارزش است) این عدد باید در ۴ ضرب شود زیرا می‌خواهیم بدانیم ۴ سطح چهار تایی برابر چند می‌شود. (۱۶ تا) چون عدد تقریبی ۴، در ۴ ضرب شده است بنابراین مقدار خطای تقریب نیز چهار برابر می‌شود. (این مقدار خطای تقریبی (۱ واحد) با توجه به میزان تقریب ارزش دارد). پس اگر قبل از محاسبه عملیات ضرب مقداری را تقریب بزنیم و سپس حاصل را به دست آوریم مقدار خطای تقریب در محاسبات با هم جمع شده و حاصل تقریبی از عدد واقعی اختلاف پیدا می‌کند. با توجه به شکل و موارد بالا، حذف $25/0$ باعث می‌شود حاصل چهار برابر شدن تقریبی به اندازه ۱ واحد از مقدار واقعی کمتر شود.

توصیه‌های آموزشی

— استفاده از عددهای تقریبی می‌تواند تصور خوبی از پاسخ‌های عملیات مختلف بدهد. بنابراین توصیه می‌شود مراحل زیر را انجام دهید تا دانش‌آموزان به درک اختلاف حاصل عبارت تقریبی با مقدار واقعی پی ببرند. از دانش‌آموزان بخواهید ابتدا مقدار تقریب را مشخص کنند و هر عدد را با توجه به مقدار تقریب انتخابی تقریب بزنید و حاصل تقریبی عبارت ریاضی را با مقدار تقریب انتخابی محاسبه کنید. سپس پاسخ عبارت‌های ریاضی را با عددهای واقعی و بدون تقریب زدن، محاسبه کنید. پاسخ عبارت‌ها، با عددهای بدون تقریب (واقعی) را با پاسخ عبارت‌ها با عددهای تقریبی مقایسه کنید. در صورتی که جواب عملیات شما با عددهای بدون تقریب (واقعی) با پاسخ عددهای تقریبی به دست آمده فاصله زیادی دارد بهتر است دوباره راه حل خود را بررسی کنید. دلیل این اختلاف و اشکال خود را پیدا کنید.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- جهت مفهوم‌سازی مقدار خطای تقریب در محاسبات تقریبی جمع عددها و جمع کسرها می‌توان از فعالیت زیر استفاده کرد.
- ۱- طنابی به اندازه طول کل پاره خط $(5/20$ سانتی متر) تهیه کنید. (دست‌ورز)
- ۲- طنابی به اندازه طول کل پاره خط پس از تقریب $(20$ سانتی متر) تهیه کنید. (با تقریب کمتر از ۱ و به روش قطع کردن)
- ۳- با کنار هم قرار دادن طناب‌ها، اندازه طول واقعی کل پاره خط را با اندازه تقریبی آن مقایسه کنید.
- ۴- دو طناب به اندازه طول واقعی پاره خط قرمز و آبی $(7/8$ و $12/7$ سانتی متر) تهیه کنید.
- ۵- دو طناب به اندازه طول تقریبی (با تقریب کمتر از ۱ و به روش قطع کردن) پاره خط قرمز و آبی $(7$ و 12 سانتی متر) تهیه کنید.
- ۶- با کنار هم قرار دادن طناب‌ها، اندازه طول واقعی دو طناب قرمز و آبی را با اندازه تقریبی آنها مقایسه کنید.
- ۷- با کنار هم قرار دادن طناب‌ها، اندازه طول واقعی پاره خط را با مجموع دو طناب قرمز و آبی با اندازه تقریبی مقایسه کنید و مقدار خطای تقریب را مشخص کنید.
- ۸- به کمک شکل و انجام مراحل بالا مقدار خطای تقریب را مشخص کنید. (تصویری)
- ۹- مراحل فعالیت بالا را توضیح دهید تا قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال شما بالا رود و به مفهوم مورد نظر برسید. (کلامی)

محاسبه تقریبی و ترتیب انجام عملیات

نگاه کلی به درس چهارم

در این درس دانش آموزان استفاده به جا از روش های مختلف تقریب زدن را می آموزند و انجام محاسبات ریاضی را با توجه به ترتیب و اولویت عملیات ریاضی محاسبه می کنند.

اهداف درس چهارم

- درک بیشتر تقریب و کاربرد آن در محاسبات
- مقایسه روش های قطع کردن و گرد کردن و میزان خطای تقریب
- درک ترتیب و اولویت انجام محاسبات

ورود به مطلب

دانش آموزان با مفهوم تخمین زدن و تقریب زدن به دو روش گرد کردن و قطع کردن آشنا هستند. با محاسبات تقریبی با مقدار مشخص تقریب (مثلاً کمتر از ۱، ۱۰ و) آشنا هستند. برای محاسبه حاصل ضرب یا جمع تقریبی دو عدد، می توانند هر عدد یا حاصل را تقریب بزنند. محاسبه عملیات به روش گرد کردن دقیق تر از محاسبه عملیات به روش قطع کردن است. حاصل تقریب به روش گرد کردن به مقدار واقعی نزدیکتر است. روش گرد کردن خطای محاسبات را کاهش می دهد. برای این که مقدار خطای تقریب در محاسبات به روش قطع کردن کمتر شود، بهتر است مقدار تقریب را دقیق تر انتخاب کنیم. انجام عملیات با تقریب کمتر از ۱٪ از تقریب کمتر از ۱٪ به روش گرد کردن یا قطع کردن دقیق تر است.

توصیه های آموزشی

– در انجام محاسبات تقریبی باید مراقب بود که مقدار خطاهای عددهای تقریبی روی هم جمع نشود و فاصله عدد حاصل از مقدار واقعی اش بیش از حد زیاد نشود.

فعالیت



فعالیت های زیر جهت افزایش مهارت در دانش آموزان و محاسبه های تقریبی به روش گرد کردن و قطع کردن توصیه می شود

روش های پیشنهادی فعالیت جمع یا تفریق عددهای تقریبی :

- ۱- در روش اول هر عدد را با تقریب کمتر از ۱ و به روش گرد کردن تقریب می زنیم. بنابراین مقدار هر عدد تقریبی با مقدار واقعی کمی اختلاف دارد که این مقدار را خطای تقریب می نامیم.
- ۲- در روش اول عددهای تقریبی را با هم جمع می کنیم بنابراین چون این سه عدد یک بار تقریب خورده اند بنابراین در جمع کردن این سه عدد، مقدار خطای تقریب آنها نیز با هم جمع شده و حاصل عبارت با مقدار واقعی اختلاف پیدا می کنند. $(28/31 - 27 = 1/31)$
- ۳- بنابراین در روش اول مقدار تقریبی هر عدد را با تقریب کمتر از ۱ و به روش گرد کردن محاسبه می کنیم سپس عددهای تقریبی را با هم جمع می کنیم که حاصل عبارت برابر ۲۷ می شود.
- ۴- در روش دوم حاصل عبارت $(28/31)$ را به دست می آوریم. سپس حاصل را با تقریب کمتر از ۱ و به روش گرد کردن محاسبه می کنیم.
- ۵- در روش دوم فقط یک بار (حاصل عبارت) تقریب می زنیم (28) پس فقط، یک بار خطای تقریب در محاسبه عبارت ما تأثیر دارد.

۶- در روش دوم چون فقط یک بار تقریب زده می شود پس مقدار عبارت با مقدار واقعی کمتر اختلاف دارد.

$$(28/31 - 28 = 0/31)$$

۷- بنابراین پاسخ عبارت در روش اول و دوم با هم اختلاف دارند. (به اندازه ۱)

۸- برای اینکه مقدار این خطا و اختلاف را کمتر کنیم باید مقدار تقریب را دقیق تر انتخاب کنیم. $(1/10 یا 1/100 یا ...)$

روش‌های پیشنهادی فعالیت ضرب عددهای تقریبی :

- ۱- در روش اول عدد $۳/۲۶$ را با تقریب کمتر از $۰/۱$ و به روش گرد کردن محاسبه می‌کنیم که برابر $۳/۳$ است.
 - ۲- این عدد باید در ۸ ضرب شود زیرا می‌خواهیم بدانیم ۸ برابر $۳/۳$ چند می‌شود. ($۲۶/۴$)
 - ۳- بنابراین در روش اول مقدار تقریبی هر عدد را با تقریب کمتر از $۰/۱$ و به روش گرد کردن محاسبه می‌کنیم سپس عددهای تقریبی را در ۸ ضرب می‌کنیم که حاصل عبارت برابر $۲۶/۴$ می‌شود.
 - ۴- در روش اول عدد تقریبی را در ۸ ضرب می‌کنیم. بنابراین در ضرب کردن این عدد، مقدار خطای تقریب آنها بیشتر می‌شود و حاصل عبارت با مقدار واقعی اختلاف پیدا می‌کند.
 - ۵- در روش دوم حاصل عبارت ($۲۶/۰۸$) را به دست می‌آوریم. سپس حاصل را با تقریب کمتر از $۰/۱$ و به روش گرد کردن محاسبه می‌کنیم.
 - ۶- در روش دوم فقط یک بار (حاصل عبارت) را تقریب می‌زنیم ($۲۶/۱$) پس فقط، یک بار خطای تقریب در محاسبه عبارت ما تأثیر دارد.
 - ۷- در روش دوم چون فقط یک بار تقریب زده می‌شود پس مقدار عبارت با مقدار واقعی کمتر اختلاف دارد.
 - ۸- پس اگر قبل از محاسبه عملیات ضرب مقداری را تقریب بزنیم و سپس حاصل را به دست آوریم مقدار خطای تقریب در محاسبات با هم جمع شده و حاصل تقریبی از عدد واقعی اختلاف بیشتری پیدا می‌کند.
 - ۹- بنابراین پاسخ عبارت در روش اول و دوم با هم اختلاف دارند. (به اندازه $۰/۷$)
- ترتیب و اولویت انجام عملیات : اگر یک عبارت پراتنز داشت از داخلی‌ترین پراتنز محاسبات را شروع می‌کنیم. اگر ترتیب انجام عملیات با پراتنز مشخص نشده بود ابتدا باید ضرب و تقسیم‌ها و سپس جمع و تفریق را انجام دهید. برای انجام عملیات ضرب یا تقسیم، از سمت چپ محاسبه کنید و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد. مثلاً برای انجام عملیات ($۱۲ \div ۳ \times ۴$) ابتدا عملیات تقسیم و سپس ضرب را انجام می‌دهیم. برای انجام عملیات جمع یا تفریق، از سمت چپ محاسبه کنید و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد. مثلاً برای انجام عملیات ($۱۲ - ۳ + ۴$) ابتدا عملیات تفریق و سپس جمع را انجام می‌دهیم.

توصیه‌های آموزشی

- اولویت انجام عملیات با پراتنز است البته باید از داخلی‌ترین پراتنز محاسبات را شروع می‌کنیم.
- توصیه می‌شود قبل از انجام عملیات دانش‌آموزان با قرار دادن پراتنز بین عددها ترتیب عملیات را مشخص کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان و در محاسبه‌های ترتیب و اولویت انجام عملیات توصیه می‌شود

$$۸ - ۲ \times ۳ = \begin{cases} \text{راه حل اول} & (۸ - ۲) \times ۳ = ۱۸ \\ \text{راه حل دوم} & ۸ - (۲ \times ۳) = ۲ \end{cases}$$

می‌خواهیم حاصل عبارت زیر را محاسبه کنیم.

همان‌طور که می‌بینید پاسخ عبارت $۳ \times ۲ - ۸$ به دو روش بالا با یکدیگر متفاوت است بنابراین باید برای انجام عملیات ریاضی قرارداد یکسانی را داشته باشیم تا حاصل عبارت‌های ریاضی یکسان شود. بنابراین، این چنین قرار داد می‌کنیم: اگر یک عبارت پرانتز داشت از داخلی‌ترین پرانتز محاسبات را شروع می‌کنیم. اگر ترتیب انجام عملیات با پرانتز مشخص نشده بود ابتدا باید ضرب و تقسیم‌ها و سپس جمع و تفریق را انجام دهید. برای انجام عملیات ضرب یا تقسیم، از سمت چپ محاسبه کنید و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد. مثلاً برای انجام عملیات $(۳ \times ۲ - ۸)$ ابتدا عملیات تقسیم و سپس ضرب را انجام می‌دهیم. برای انجام عملیات جمع یا تفریق، از سمت چپ محاسبه کنید و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد. مثلاً برای انجام عملیات $(۳ + ۲ - ۸)$ ابتدا عملیات تفریق و سپس جمع را انجام می‌دهیم. بنابراین در انجام عملیات این تمرین راه حل دوم صحیح است زیرا اولویت انجام عملیات، اول با ضرب و سپس با تفریق است. $۲ = (۳ \times ۲) - ۸$

[illegible]

جدول تناسب (صفحات ۸۲ الی ۸۵)

اهداف درس اول

- یافتن نسبت بین اجزای مختلف یک مجموعه و بیان آن
- حل مسئله‌های مربوط به تناسب
- شناخت نمادهای گوناگون نسبت و بیان آنها
- تبدیل نسبت‌های کسری به نسبت‌های صحیح

مهارت‌ها:

- یافتن نسبت برخی اجزای یک مجموعه با در دست داشتن نسبت‌های دیگر
- تبدیل نسبت‌های کسری به نسبت‌های صحیح
- به کارگیری مفهوم کسر برای مقایسه نسبت‌ها

کار در کلاس ۱ صفحه ۸۲



آنچه دانش‌آموزان کلاس ششم می‌دانند :

۱- با نسبت و تناسب در کلاس پنجم آشنا شده‌اند.

۲- جدول نسبت و تناسب را به درستی می‌کشند و از آن در حل مسئله‌های ریاضی استفاده می‌کنند.

شرح کار در کلاس ۱ صفحه ۸۲ : بحث نسبت و تناسب در پایه پنجم به طور کامل مطرح شده، در پایه ششم یک بار دیگر

این مبحث به صورت جدی یادآوری شده و به ترمیم و تعمیق آن می‌پردازد. همان‌طور که می‌بینید درس با یکی از نمونه‌های آشنا که در کلاس پنجم آمده شروع شده یعنی همان مثال نسبت نیمکت به دانش‌آموز که در اینجا یادآوری شده تا دانش‌آموزان با به خاطر آوردن این درس در سال گذشته بتوانند به تعمیق آن بپردازند. همان‌طور که می‌بینید نسبت نیمکت به دانش‌آموز ۱ به ۳ است پس ۲ نیمکت ۶ دانش‌آموز و ۳ نیمکت ۹ دانش‌آموز و همین‌طور الی آخر، اما جالب است بدانید بیان این نسبت‌ها می‌تواند به شکل‌های گوناگونی باشد توجه کنید : نسبت ۱ به ۳ یا ۱ و ۳ را در نوشتن فارسی نسبت‌ها استفاده می‌کنیم اما در بیان ریاضی می‌توان نوشت : ۳ : ۱ یا $\frac{1}{3}$

نکته کار در کلاس ۱ صفحه ۸۲: توجه داشته باشید دانش‌آموزان نسبت را همانند کسر نخوانند، یعنی نسبت $\frac{۱}{۳}$ را، یک سوم نخوانند.

دانش‌آموزان تا کنون نسبت بین دو چیز را محاسبه کرده‌اند اما در این کار در کلاس با نسبت بین سه چیز نیز آشنا می‌شوند.
پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۱ صفحه ۸۲: همان‌طور که در کار در کلاس صفحه ۸۱ می‌بینید بین شکل‌ها نسبت‌های زیر برقرار است:

مثلث	۲	مثلث	۲	مربع	۱	دو چرخه	۱
دایره	۳	دایره	۳	چوب کبریت	۴	چرخ	۲

فعالیت



فعالیت ۱ صفحه ۸۳

سؤال فعالیت ۱ صفحه ۸۳: نسبت پول حمید به مجید ۳ به ۴ و نسبت پول مجید به سعید ۶ به ۵ است. نسبت پول این سه نفر را پیدا کنید.

با توجه به کسرهای برای بیان نسبت‌ها چه کاری باید انجام دهید؟

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۸۳: همان‌طور که می‌بینید نسبت حمید یک بار با مجید و دفعه بعد با سعید محاسبه شده است پس اگر بتوانیم نسبت حمید را در هر دو نسبت یکی کنیم خواهیم توانست مانند کار در کلاس صفحه ۸۳ نسبت پول این سه نفر را پیدا کنیم.

بنابراین برای اینکه نسبت پول این سه نفر را نسبت به هم به دست بیاوریم باید به مجید که نسبتی مشترک بین حمید و سعید است توجه کنیم. می‌دانیم که:

$$\frac{\text{حمید}}{\text{مجید}} = \frac{۳}{۴} \quad \frac{\text{مجید}}{\text{سعید}} = \frac{۶}{۵}$$

سهم مجید در نسبت اول ۴ تا و در نسبت دوم ۶ تا است، کوچکترین عددی که هم بر ۴ و هم بر ۶ بخش پذیر باشد، عدد ۱۲ است بنابراین اگر بخواهیم سهم مجید را در هر دو نسبت یکی کنیم باید نسبت اول را در ۳ و نسبت دوم را در ۲ ضرب کنیم تا سهم مجید در هر دو نسبت برابر و ۱۲ شود.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\text{حمید}}{\text{مجید}} &= \frac{۳ \times ۳}{۴ \times ۳} = \frac{۹}{۱۲} \\ \frac{\text{مجید}}{\text{سعید}} &= \frac{۶ \times ۲}{۵ \times ۲} = \frac{۱۲}{۱۰} \end{aligned} \right\}$$

همان‌طور که می‌بینید سهم مجید در هر دو نسبت برابر و ۱۲ شده است.

حالا سه نسبت را به دست آوردیم یعنی:

حمید	۹
مجید	۱۲
سعید	۱۰



نکته فعالیت ۱ صفحه ۸۳ : نسبت های صفحه قبل

با شکل نمایش داده شده اند تا کار برای شما ساده تر شود.



کار در کلاس ۱ صفحه ۸۳

سؤال کار در کلاس ۱ صفحه ۸۳ : نسبت طول پاره خط م س به پاره خط ر ن $\frac{2}{5}$ و نسبت طول پاره خط م س به پاره خط ک ل $\frac{3}{7}$ است. نسبت این سه پاره خط را پیدا کنید.

نکته کار در کلاس ۱ صفحه ۸۳ : روش حل این کار در کلاس همانند فعالیت ۱ صفحه ۸۳ است.

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۱ صفحه ۸۳ : در هر دو نسبت پاره خط م س مشترک است، پس باید نسبت این پاره خط را

در هر دو نسبت یکی کنیم. بنابراین :

۱- کوچکترین عددی که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشد عدد ۶ است.

$$2- \text{نسبت اول را در ۳ ضرب می کنیم. } \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15} \quad 3- \text{نسبت دوم را در ۲ ضرب می کنیم. } \frac{3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{6}{14}$$

۴- همان طور که می بینید نسبت طول پاره خط م س در هر دو نسبت یکسان و برابر ۶ است، پس می توانیم نسبت این سه پاره خط

را پیدا کنیم، یعنی :

ر ن	۱۵
م س	۶
ک ل	۱۴



کار در کلاس ۲ صفحه ۸۳

سؤال کار در کلاس ۲ صفحه ۸۳ : در محاسبه دستمزد سه کارگر نسبت سهم علی به محسن ۴ به ۱۳ و نسبت سهم علی به

احمد ۶ به ۱۷ است. نسبت سهم هر یک را از کل دستمزد به دست آورید.

نکته کار در کلاس ۲ صفحه ۸۳ : این کار در کلاس همانند کار در کلاس ۱ صفحه ۸۳ است با این تفاوت که در این کار

در کلاس باید نسبت سهم هر فرد را از کل دستمزد به دست آوریم، یعنی باید یک ردیف به نام کل دستمزد به ردیف های جدول اضافه

کنیم که عدد مربوط به این جدول برابر مجموع سه نسبت است.

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۲ صفحه ۸۳ : در هر دو نسبت سهم علی مشترک است پس باید نسبت علی را در هر دو نسبت

یکی کنیم. بنابراین :

۱- کوچک ترین عددی که هم بر ۴ و هم بر ۶ بخش پذیر باشد عدد ۱۲ است.

$$2- \text{نسبت اول را در ۳ ضرب می کنیم. } \frac{4 \times 3}{13 \times 3} = \frac{12}{39} \quad 3- \text{نسبت دوم را در ۲ ضرب می کنیم. } \frac{6 \times 2}{17 \times 2} = \frac{12}{34}$$

محسن	۳۹
علی	۱۲
احمد	۳۴
کل دستمزدها	۸۵

۴- همان طور که می بینید نسبت سهم علی در هر دو نسبت یکسان و برابر ۱۲ است پس می توانیم نسبت دستمزد این سه نفر را پیدا کنیم، یعنی :

$$۳۴ + ۱۲ + ۳۹ = ۸۵ \quad \text{کل دستمزدها}$$

فعالیت



فعالیت ۱ صفحه ۸۴



سؤال فعالیت ۱ صفحه ۸۴ : در یک قوری یک استکان شربت و ۵ استکان آب ریختیم. در یک پارچ ۲ استکان شربت و ۱۰ استکان آب ریختیم. شربت قوری شیرین تر است یا پارچ؟ چرا؟

نکته فعالیت ۱ صفحه ۸۴ : مقایسه نسبت ها به مقایسه کسرها تبدیل می شود. در نوشتن کسر به واحد عددها توجه شود.

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۸۴ : می دانیم که : $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ بنابراین نسبت شربت به آب در هر دو ظرف (قوری و پارچ) یکسان بوده و مقدار شیرینی هر دو ظرف نیز یکسان است.

پارچ

شربت	۲
آب	۱۰

قوری

شربت	۱
آب	۵

کار در کلاس صفحه ۸۴



سؤال کار در کلاس صفحه ۸۴ : در یک ظرف ۳ کیلو گرم شیرینی بود. ۲ کیلو گرم از آن خورده شد. در ظرفی دیگر ۵۰۰ گرم شیرینی بود که ۳۰۰ گرم آن خورده شد. شیرینی کدام ظرف خوشمزه تر بوده و بیشتر خورده شده است؟



نکته کار در کلاس صفحه ۸۴

۱- مقایسه نسبت ها به مقایسه کسرها تبدیل می شود. در نوشتن کسر به واحد عددها توجه شود.

۲- ابتدا باید واحدها را یکسان کرد، یعنی کیلو گرم را به گرم یا برعکس تبدیل کنیم.

پاسخ پیشنهادی کاردرکلاس صفحه ۸۴: می دانیم که هر کیلوگرم برابر ۱۰۰۰ گرم است پس:

گرم $3 \times 1000 = 3000$ و گرم $2 \times 1000 = 2000$

ظرف اول			ظرف دوم			۱۰ مقدار شیرینی خورده شده از ظرف اول
۱۵	۳۰۰۰	مقدار شیرینی	۱۵	۵۰۰	مقدار شیرینی	۱۵ مقدار شیرینی
۱۰	۲۰۰۰	مقدار شیرینی خورده شده	۹	۳۰۰	مقدار شیرینی خورده شده	۹ مقدار شیرینی خورده شده از ظرف دوم

مقدار شیرینی خورده شده از ظرف اول بیشتر است پس شیرینی ظرف اول دلچسب تر بوده است.

فعالیت



فعالیت ۱ صفحه ۸۴

سؤال فعالیت ۱ صفحه ۸۴: وقتی می گوئیم نسبت دو مقدار ۲ به ۵ است، می توانیم بگوئیم نسبت این دو مقدار ۴ به ۱۰ است. دلیل این موضوع را با یک تساوی کسری نشان دهید؟

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۸۴: مقایسه نسبت ها به مقایسه کسرها تبدیل می شود همچنین می دانیم که: $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ بنابراین وقتی می گوئیم نسبت دو مقدار ۲ به ۵ است، می توانیم بگوئیم نسبت این دو مقدار ۴ به ۱۰ است.

فعالیت



فعالیت ۲ صفحه ۸۴

سؤال فعالیت ۲ صفحه ۸۴: نسبت پول فاطمه به حمید و سعید مثل ۱، $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ است. نسبت پول آنها را با عددهای طبیعی بیان کنید.

نکته فعالیت ۲ صفحه ۸۴: عددهای طبیعی شامل عددهای ... ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ می باشد.

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ۸۴: برای این که عددهای کسری بالا را به عددهای طبیعی تبدیل کنیم باید مخارج آنها را از بین ببریم. کوچکترین عددی که بر ۳ و ۴ بخش پذیر باشد، عدد ۶ است پس هر سه عدد را در ۶ ضرب می کنیم.

$$\text{فاطمه } 1 \times 6 = 6 \quad ; \quad \text{حمید } \frac{1}{2} = \frac{1 \times 6}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad ; \quad \text{سعید } \frac{1}{3} = \frac{1 \times 6}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

۳	۶	فاطمه
۱	۲	سعید

نسبت پول فاطمه به سعید برابر است با:

۳	حمید
۲	سعید

نسبت پول حمید به سعید برابر است با:

ادامه سؤال فعالیت ۲ صفحه ۸۴ : حالا نسبت زیر را یک بار با استفاده از عددهای کسری و یک بار با عددهای صحیح بنویسید.

$$\frac{3}{2} = \text{نسبت پول حمید به سعید} , \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2} , \text{نسبت پول حمید به سعید} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

تمرین ۱ صفحه ۸۵



هدف : تعمیق و تثبیت یادگیری

پاسخ پیشنهادی تمرین ۱ صفحه ۸۵ : دانش آموزان کلاس ششم با محیط مربع آشنا هستند و می دانند که محیط هر شکل برابر طول دور تا دور آن شکل است و چون مربع چهار ضلع برابر دارد پس محیط مربع چهار برابر طول ضلعش است. در این تمرین دانش آموزان با طراحی یک مثال خود به کشف قانون می پردازند که این کار باعث تعمیق و تثبیت یادگیری در آنها خواهد شد.

اندازه ضلع مربع	۵	۱
محیط همان مربع	۲۰	۴

بنابراین نسبت اندازه ضلع مربع به اندازه محیط آن برابر ۱ به ۴ است.

تمرین ۲ صفحه ۸۵



هدف : تعمیق و تثبیت یادگیری

پاسخ پیشنهادی تمرین ۲ صفحه ۸۵ : دانش آموزان کلاس ششم با محیط مثلث متساوی الاضلاع آشنا هستند و می دانند که محیط هر شکل برابر طول دور تا دور آن شکل است و چون مثلث متساوی الاضلاع سه ضلع برابر دارد پس محیط مثلث متساوی الاضلاع سه برابر طول ضلعش است. در این تمرین دانش آموزان با طراحی یک مثال می توانند به کشف قانون پردازند که این کار باعث تعمیق و تثبیت یادگیری در آنها خواهد شد.

اندازه ضلع مثلث متساوی الاضلاع	۵	۱
محیط همان مثلث متساوی الاضلاع	۱۵	۳

بنابراین نسبت اندازه ضلع مثلث متساوی الاضلاع به اندازه محیط آن برابر ۱ به ۳ است.

تمرین ۳ صفحه ۸۵



هدف : تعمیق و تثبیت یادگیری

پاسخ پیشنهادی تمرین ۳ صفحه ۸۵ :

$$\begin{aligned} 14 &= 2 \times (5 + 2) = \text{محیط مستطیل} & 2 &= \text{عرض مستطیل} & 5 &= \text{طول مستطیل} \\ 2 &\text{ به } 5 &= \text{عرض به طول} & 5 &\text{ به } 2 &= \text{طول به عرض} \\ 2 &\text{ به } 14 &= \text{عرض به محیط} & 5 &\text{ به } 14 &= \text{طول به محیط} \end{aligned}$$

یا

عرض	۲	عرض	۲	طول	۵	عرض	۲
محیط	۱۴	طول	۵	محیط	۱۴	عرض	۲

تمرین ۴ صفحه ۸۵



هدف : تعمیق و تثبیت یادگیری

پاسخ پیشنهادی تمرین ۴ صفحه ۸۵ :

$$\begin{aligned} 5 &= \text{طول ضلع ب ن} & 6 &= \text{طول ضلع ن س} & 3 &= \text{طول ضلع س ب} \\ 14 &= 3 + 5 + 6 = \text{مجموع سه ضلع} & & & & \text{محیط مثلث} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &\text{ به } 14 &= \text{ضلع (ن س) به محیط} & 3 &\text{ به } 6 &= \text{ضلع (ب س) به (ن س)} \\ 3 &\text{ به } 14 &= \text{ضلع (ب س) به محیط} & 5 &\text{ به } 3 &= \text{ضلع (ب ن) به (ب س)} \end{aligned}$$

یا

ضلع (ب س)	۳	ضلع (ب ن)	۵	ضلع (ن س)	۶	ضلع (ب س)	۳
محیط	۱۴	ضلع (ب س)	۳	محیط	۱۴	ضلع (ن س)	۶

نکته : پاسخ پیشنهادی این مسئله با توجه به اندازه‌های بالا، بیان شده است. در صورتی که اندازه‌های بالا با اندازه‌های کتاب درسی پایه ششم متفاوت است پاسخ سؤال را با اندازه‌های موجود در کتاب درسی محاسبه کنید.

تمرین ۵ صفحه ۸۵



هدف : تعمیق و تثبیت یادگیری

پاسخ پیشنهادی تمرین ۵ صفحه ۸۵ : در این تمرین دانش‌آموزان باید از ابزار خط کش استفاده کنند.

$$3 = \text{اندازه قاعده} , 5 = \text{اندازه ساق} , \frac{5}{3} = \text{اندازه ساق به قاعده}$$

اندازه ساق	۵
اندازه قاعده	۳

نکته : پاسخ پیشنهادی این مسئله با توجه به اندازه‌های بالا، بیان شده است. در صورتی که اندازه‌های بالا با اندازه‌های کتاب درسی پایه ششم متفاوت است پاسخ سؤال را با اندازه‌های موجود در کتاب درسی محاسبه کنید.

تمرین ۶ صفحه ۸۵

هدف : تعمیق و تثبیت یادگیری

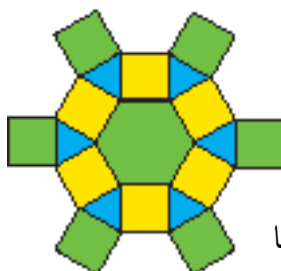


پاسخ پیشنهادی تمرین ۶ صفحه ۸۵ : این تمرین می‌خواهد دانش‌آموزان نسبت تماشاگران در یک مربع را به صورت تقریبی حدس زده و سپس با توجه به این که در تصویر داده شده ۶ مربع وجود دارد و پراکندگی تماشاگران به یک نسبت است می‌توان تعداد کل تماشاگران را تخمین یا حدس زد.



تمرین ۷ صفحه ۸۵

هدف : تعمیق و تثبیت یادگیری



پاسخ پیشنهادی تمرین ۷ صفحه ۸۵ :

۱۹ = تعداد کل شکل‌ها ؛ ۱ = تعداد شش ضلعی‌ها ؛ ۱۲ = تعداد مربع‌ها ؛ ۶ = تعداد مثلث‌ها

تعداد شش ضلعی‌ها	۱
تعداد کل شکل‌ها	۱۹

تعداد مربع‌ها	۱۲
تعداد کل شکل‌ها	۱۹

تعداد مثلث‌ها	۶
تعداد کل شکل‌ها	۱۹

در این تصویر شکل مربع بیشتر به کار رفته است.



درس دوم

مقدارهای متناسب (صفحات ۸۶ الی ۸۹)

اهداف درس دوم

- شناخت نسبت‌های مساوی
- برقراری ارتباط بین نسبت و کسر
- تشخیص نسبت‌های متناسب و نامتناسب
- ساده کردن نسبت‌ها
- حل مسئله به کمک جدول تناسب

مهارت‌ها:

- کامل کردن جدول تناسب
- استخراج کسر از جدول تناسب

مقدارهای متناسب

با کتاب آشپزی یا کیک‌پزی یا... وارد کلاس شوید، مواد لازم برای تهیه یک ماده غذایی را از روی آن بخوانید و به کمک بچه‌ها بررسی کنید که برای تهیه آن ماده غذایی برای همه دانش‌آموزان کلاس چه مقدار مواد اولیه لازم است. می‌توانید آب و چند ظرف با گنجایش‌های مختلف را به کلاس ببرید و از دانش‌آموزان بخواهید گنجایش هر ظرف نسبت به ظرف دیگر را بررسی کنند.

توصیه‌های آموزشی

اجازه بدهید دانش‌آموزان خود مقدارهای متناسب را تعیین کنند. در حین انجام فعالیت می‌توانید از آنها بپرسید اگر خواهیم برای تعداد بیشتری ماده غذایی درست کنیم به چه نسبتی و به چه مقدار مواد نیاز داریم؟

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

لیوان را پراز آب کنید و آن را در پارچ خالی کنید. آنقدر این کار را انجام دهید تا پارچ پر شود. (مثلاً ۵ بار)
بنابراین آب موجود در پارچ ۵ برابر لیوان است. حالا آب پارچ را داخل ظرف آب بریزید. آنقدر این کار را انجام دهید تا ظرف

آب پر شود. (مثلاً ۳ بار) بنابراین آب موجود در ظرف آب ۳ برابر پارچ است. حال از دانش‌آموزان بخواهید نسبت لیوان به ظرف آب را محاسبه کنند. پاسخ‌ها را بشنوید و اجازه دهید دانش‌آموزان دربارهٔ جواب‌های خود توضیح دهند و استدلال کنند و جدول تناسب را کامل کنند.

مقدار متناسب

هر گاه دو مقدار طوری تغییر کنند که همواره نسبت آنها ثابت بماند می‌گوییم این دو مقدار متناسب هستند. با بیان مثال‌های گوناگون توضیح خود را کامل کنید. مثلاً تعداد دانش‌آموزان کلاس با تعداد نیمکت‌های کلاس متناسب و نسبت آنها ۲ به ۱ است. از دانش‌آموزان بخواهید با بیان مثال‌های متنوع دربارهٔ متناسب بودن یا نبودن مثال‌هایی که دانش‌آموزان می‌آورند در کلاس بحث و تبادل نظر کنند.

توصیه‌های آموزشی

در انجام فعالیت‌های کلاس کشف رابطه بین کسرهای و نوشتن تساوی کسرهای از اهمیت زیادی برخوردار است. بنابراین از همهٔ دانش‌آموزان یا گروه‌ها بخواهید پاسخ‌های خود را بیان کنند و توضیح دهند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

از گروه‌ها بخواهید هر کدام حداقل سه لیوان آب بردارند. به هر گروه ۳ رنگ گواش قرمز، آبی و زرد بدهید و از آنها بخواهید با انتخاب نسبت‌های مناسب از این سه رنگ در لیوان‌ها رنگ‌های سبز، بنفش و نارنجی تهیه کنند. از گروه‌ها بخواهید به رنگ‌های تهیه شدهٔ گروه‌های دیگر نگاه کنند و دربارهٔ علت پررنگ یا کم رنگ شدن رنگ‌های گروه‌ها بحث و تبادل نظر کرده و دلایل خود را بیان کنند.

فعالیت



فعالیت ۱ صفحه ۸۶

هدف: آشنایی با مقدارهای متناسب

توصیه آموزشی فعالیت ۱ صفحه ۸۶: دانش‌آموزان در کلاس پنجم با نسبت و تناسب و مقدارهای متناسب آشنا شده‌اند اما تا کنون نسبت را به صورت کسر بیان نکرده‌اند. البته باید توجه داشته باشیم که نسبت را به صورت نماد کسری می‌نویسیم، اما مانند کسر نمی‌خوانیم.

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۸۶: بر روی هر نیمکت سه دانش‌آموز نشسته است، یعنی نسبت نیمکت به دانش‌آموزان برابر ۱ به ۳ است. بنابراین:

نیمکت	۱	۲	۳
دانش‌آموز	۳	۶	۹
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{9}$

می دانیم که $\frac{3}{9} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ پس این کسرها با هم برابر هستند.

هر گاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آنها، مقدار ثابتی باشد (همه کسرها مساوی باشند) به آن دو مقدار، مقدارهای متناسب می گویند. و جدول این نسبت ها را جدول تناسب می گویند.

فعالیت



فعالیت ۲ صفحه ۸۶

هدف: آشنایی با مقدارهای متناسب و جدول تناسب

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ۸۶:

استکان شربت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
استکان آب	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵
	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{7}{35}$

می دانیم که $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20} = \frac{5}{25} = \frac{6}{30} = \frac{7}{35}$ پس این کسرها با هم برابر هستند.

هر گاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آنها، مقدار ثابتی باشد (همه کسرها مساوی باشند) به آن دو مقدار، مقدارهای متناسب می گویند و جدول این نسبت ها را جدول تناسب می گویند.

کار در کلاس صفحه ۸۶



تعداد مثلث	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تعداد چوب کبریت	۳	۵	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{6}{13}$	$\frac{7}{15}$

کسره‌های $\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{7}$ ، $\frac{4}{9}$ ، $\frac{5}{11}$ ، $\frac{6}{13}$ ، $\frac{7}{15}$ و $\frac{1}{3}$ با هم برابر نیستند.

هر گاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آنها، مقدار ثابتی باشد (همه کسرها مساوی باشند) به آن دو مقدار، مقدارهای متناسب می گویند و جدول این نسبت ها را جدول تناسب می گویند. بنابراین چون همه کسرها با هم برابر نیستند پس تعداد مثلث ها به تعداد چوب کبریت ها مقدارهای متناسبی نیستند و جدول بالا جدول تناسب نیست.

تعداد ماشین	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱۰	۱۰۰	۳۰۰
تعداد چرخ	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۳۶	۴۰	۴۰۰	۱۲۰۰
	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{40}$	$\frac{100}{400}$	$\frac{300}{1200}$

می‌دانیم که $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{36} = \frac{10}{40} = \frac{100}{400} = \frac{300}{1200}$ پس این کسرها با هم برابر هستند.

هر گاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آنها، مقدار ثابتی باشد (همه کسرها مساوی باشند) به آن دو مقدار، مقدارهای متناسب می‌گویند و جدول این نسبت‌ها را جدول تناسب می‌گویند. پس تعداد ماشین به تعداد چرخ‌ها مقدارهای متناسب هستند و جدول بالا جدول تناسب است.

فعالیت



فعالیت ۱ صفحه ۸۷

هدف: کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۸۷:

کاشی سیاه	۱	۵۰	۳۰
کاشی سفید	۳	۱۵۰	۹۰

فعالیت



فعالیت ۲ صفحه ۸۷

هدف: کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ۸۷:

رنگ آبی	۵۰	۲۵	۳۰
رنگ زرد	۳۰	۱۵	۱۸

$$\frac{3}{5}$$

می‌دانیم که $\frac{50}{30} = \frac{5}{3}$ یعنی برای تهیه رنگ سبز باید نسبت رنگ آبی به رنگ زرد را برابر ۵ به ۳ انتخاب کنیم.

پس:

۱- اگر ۲۵ کیلوگرم رنگ آبی خریده باشیم، به ۱۵ کیلوگرم رنگ زرد نیاز داریم.

۲- اگر ۱۸ کیلوگرم رنگ زرد داشته باشیم، به ۳۰ کیلوگرم رنگ آبی نیاز داریم.



فَعَالِيَّت ۳ صَفْحَه ۸۷

هَدَف : کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی فَعَالِيَّت ۳ صَفْحَه ۸۷ :

آرد	۳	۴۵	۳۶
شکر	۲	۳۰	۲۴

$$\frac{3}{2}$$

برای تهیه شیرینی نسبت آرد به شکر برابر ۳ به ۲ است.

برای پیدا کردن مجهول یک جدول می توان از چند برابری استفاده کرد ؛ یعنی در جدول بالا چون ۳ پانزده برابر شده است پس

۲ هم باید پانزده برابر شود. همچنین چون ۲، دوازده برابر شده است پس ۳ هم باید، دوازده برابر شود.

بنابراین :

۱- برای تهیه شیرینی باید ۴۵ کیلوگرم آرد را با ۳۰ کیلوگرم شکر مخلوط کنیم.

۲- اگر ۲۴ کیلوگرم شکر داشته باشیم، برای تهیه شیرینی به ۳۶ کیلوگرم آرد نیاز داریم.



کار در کلاس صَفْحَه ۸۸

هَدَف : کاربرد نسبت

؟	۸۰۰	لیتر آب دریاچه
۱۲	۱۵	کیلوگرم نمک

توصیه آموزشی کار در کلاس صَفْحَه ۸۸ : دانش آموزان با

توجه به جدول تناسب بالا، مسئله ای را طرح می کنند.

در این کار در کلاس از دانش آموزان خواسته شده است که از روش مطرح شده، پاسخ مجهول مسئله را محاسبه کنند. البته

دانش آموزان با این روش، قبلاً در تمرین ۲ صَفْحَه ۹ از فصل اول کتاب ششم آشنا شده اند.

در این کار در کلاس از دانش آموزان خواسته شده است که با اضافه کردن یک ستون به جدول، مسئله را حل کنند. با این

روش به دانش آموزان می آموزیم که یک مسئله چند قسمتی را می توان با یک جدول تناسب حل کرد.

تمرین ۱ صَفْحَه ۸۸

هَدَف : کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی تمرین ۱ صَفْحَه ۸۸ :

۹	۱۴	۱	اتم کربن
۱۸	۲۸	۲	اتم اکسیژن

$$\frac{1}{2}$$

نسبت تعداد اتم های کربن به تعداد اتم های اکسیژن، ۱ به ۲ است.



توصیه آموزشی تمرین ۱ صفحه ۸۸ :

روش اول : برای پیدا کردن مجهول یک جدول می توان از چند برابری استفاده کرد ؛ یعنی در جدول بالا چون ۱ چهارده برابر شده است پس ۲ هم باید چهارده برابر شود . همچنین چون ۲ ، نه برابر شده است پس ۱ هم باید ، نه برابر شود .

روش دوم : اتم کربن $? = \frac{1 \times 18}{2} = 9$ ؛ اتم اکسیژن $? = \frac{2 \times 14}{1} = 28$

تمرین ۲ صفحه ۸۸

هدف : کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی تمرین ۲ صفحه ۸۸ :

تعداد دفتر	۵	۱۵
مبلغ به تومان	۶۰۰۰	۱۸۰۰۰

روش اول : در جدول بالا چون ۵ سه برابر شده است پس ۶۰۰۰ هم باید سه برابر شود .

روش دوم : تومان $? = \frac{6000 \times 15}{5} = 18000$

تمرین ۳ صفحه ۸۸

هدف : کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی تمرین ۳ صفحه ۸۸ :

آرد	۷	؟
شکر	۲	۴۵۰

روش اول : در جدول بالا چون ۲ ، دویست و بیست و پنج برابر شده است پس ۷ هم باید دویست و بیست و پنج برابر شود .

روش دوم : گرم آرد $? = \frac{7 \times 450}{2} = 1575$

تمرین ۴ صفحه ۸۸

هدف : کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی تمرین ۴ صفحه ۸۸ :

کالر	۷۰	۲۸
سدیم	۴۵۰	۱۸۰

گرم سدیم $? = \frac{450 \times 28}{70} = 180$

تمرین ۵ صفحه ۸۹



هدف: کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله و تبدیل واحد

پاسخ پیشنهادی تمرین ۵ صفحه ۸۹

متر	۱۰۰۰	۷۵۶
کیلومتر	۱	۰/۷۵۶

$$? = \frac{1 \times 756}{1000} = 0.756 \text{ کیلومتر}$$

هر متر ۱۰ دسی متر است. هر کیلومتر ۱۰۰۰ متر است پس هر کیلومتر ۱۰۰ دسی متر است. بنابراین:

کیلومتر	۱	۰/۵۷
دسی متر	۱۰۰	۵۷

$$? = \frac{1 \times 57}{100} = 0.57 \text{ کیلومتر}$$

هر متر ۱۰۰ سانتی متر است. بنابراین:

متر	۱	۱/۴۲۷
سانتی متر	۱۰۰	۱۴۲/۷

$$? = \frac{1 \times 142.7}{100} = 1.427 \text{ متر}$$

تمرین ۶ صفحه ۸۹



هدف: کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله سود یا تخفیف

پاسخ پیشنهادی تمرین ۶ صفحه ۸۹:

روش اول:

کل کتاب	۱۰۰	۲۴۰۰۰
تخفیف	۱۰	۲۴۰۰

$$? = \frac{10 \times 24000}{100} = 2400 \text{ تومان تخفیف}$$

$$24000 - 2400 = 21600$$

قیمت فروش با تخفیف ۱۱۶۰۰ تومان

روش دوم:

$$100 - 10 = 90$$

۹۰ درصد قیمت کتاب را بایدپردازیم

کل کتاب	۱۰۰	۲۴۰۰۰
قیمت فروش	۹۰	۲۱۶۰۰

$$? = \frac{90 \times 24000}{100} = 21600$$

قیمت فروش با تخفیف ۱۱۶۰۰ تومان

تمرین ۷ صفحه ۸۹



هدف : کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله با پاسخ اعشاری
پاسخ پیشنهادی تمرین ۷ صفحه ۸۹ : در این تمرین از دانش آموز خواسته شده است که پاسخ را به صورت عدد اعشاری بنویسد.

ساعت	۱	۱/۲۵
دقیقه	۶۰	۷۵

$$\text{ساعت} \quad ? = \frac{1 \times 75}{60} = 1/25$$

تمرین ۸ صفحه ۸۹



هدف : کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله تبدیل ساعت به عدد اعشاری
سؤال تمرین ۸ صفحه ۸۹ : زمان‌های مشخص شده را به صورت یک عدد اعشاری بنویسید.
پاسخ پیشنهادی تمرین ۸ صفحه ۸۹ :

بهتر است این تمرین را همانند روش آموزش داده شده در تمرین ۷ صفحه ۸۹ حل کنید. (مراجعه شود به کتاب ریاضی پایه ششم)
 به طور مثال :

$$۴ \text{ ساعت و } ۱۲ \text{ دقیقه} = ۴ \frac{۱۲}{۶۰} = ۴ \frac{۲}{۱۰} = ۴/۲$$

تمرین ۹ صفحه ۸۹



هدف : کاربرد نسبت و تناسب در حل مسئله تبدیل واحد
سؤال تمرین ۹ صفحه ۸۹ : هر کیلوگرم هزار گرم و هر تن ۱۰۰۰ کیلوگرم است. حالا با استفاده از جدول تناسب جاهای خالی را کامل کنید.

پاسخ پیشنهادی تمرین ۹ صفحه ۸۹ :

به طور مثال :

؟ کیلوگرم = ۳۲۰ گرم

کیلوگرم	۱	۳۲۰
گرم	۱۰۰۰	۳۲۰۰۰۰

روش اول : در جدول بالا چون ۱ سیصد و بیست برابر شده است پس ۱۰۰۰ هم باید سیصد و بیست برابر شود.
 روش دوم :

$$\text{گرم} \quad ? = \frac{1 \times 320}{1000} = 320000$$

حل مسئله:

راهبرد زیر مسئله (صفحات ۹۰ و ۹۱)

اهداف

- آشنایی دانش‌آموزان با راهبرد زیر مسئله
- درک کاربرد راهبرد حل مسئله ساده‌تر به کمک زیر مسئله و توانایی به کارگیری آن در حل مسئله

مهارت‌ها

- توانایی استفاده از راهبرد زیر مسئله در حل مسائل مختلف

توصیه‌های آموزشی در حل مسئله با راهبرد رسم شکل

- ۱- در حل بعضی از مسئله‌های ریاضی، رسم شکل می‌تواند مسئله را تبیین کند و نیازی به نوشتن عملیات ریاضی نباشد.
 - ۲- در حل مسئله با راهبرد رسم شکل نیازی نیست دانش‌آموز نقاش خوبی باشد و یا شکلی بکشد که کاملاً مرتبط با موضوع مسئله است بلکه یک مدل و یا تصویری از آن کافی است.
 - ۳- معلم بایستی راهبرد رسم شکل را همراه با حل مسئله به کمک دانش‌آموزان برای آنها توضیح دهد. سپس با حل مسائل متنوع توسط دانش‌آموزان با استفاده از این راهبرد توانایی به کارگیری از آن را در حل مسائل می‌آموزند.
- نکته حل مسئله با راهبرد تبدیل مسئله به مسئله ساده‌تر صفحه ۹۰**
- بسیاری از مسئله‌های پیچیده را می‌توان به مسئله‌های ساده و مرحله‌ای تبدیل کرد. وقتی مسئله‌های ساده و مرحله‌ای حل می‌شوند، مسئله اصلی و پیچیده نیز به جواب خواهد رسید کافی است زیر مسئله‌ها را تشخیص دهید.

مسئله ۱ صفحه ۹۰

- سؤال مسئله ۱ صفحه ۹۰:** احمد ۲۰۰۰۰ تومان پول دارد. او می‌خواهد ۸ دفترچه بخرد و با باقیمانده پولش مداد بخرد. قیمت هر دفترچه ۱۳۵۰ تومان و قیمت هر مداد ۳۰۰ تومان است. او چند مداد می‌تواند بخرد و چقدر برایش باقی می‌ماند؟
- مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ۱ صفحه ۱۱۰:**
- فهمیدن مسئله:**

۱- اطلاعات داده شده را بیان کنید؟

۲- مسئله از شما چه چیزی خواسته است؟ (تعداد مدادهایی که احمد می‌تواند بخرد.)

انتخاب راهبرد : این مسئله از چند مسئله ساده و کوچک به وجود آمده است. اگر آنها را مشخص کنید حل مسئله برایتان

آسان می شود. مسئله های کوچک عبارتند از :

- ۱- برای خرید ۸ دفترچه چقدر پول لازم است؟
 - ۲- بعد از خرید ۸ دفترچه چقدر پول باقی می ماند؟
 - ۳- با پول باقی مانده چند مداد ۳۰۰ تومانی می توان خرید و چقدر باقی می ماند؟
- حل مسئله :** مسئله کوچک را به ترتیب حل می کنیم.

$$۸ \times ۱۳۵۰ = ۱۰۸۰۰ \text{ تومان}$$

۱- قیمت دفترچه ها

$$۲۰۰۰۰ - ۱۰۸۰۰ = ۹۲۰۰ \text{ تومان}$$

۲- پول باقیمانده

$$\begin{array}{r} ۹۲۰۰ \\ - ۳۰۰ \\ \hline ۸۹۰۰ \\ - ۲۰۰ \\ \hline ۸۷۰۰ \\ - ۲۰۰ \\ \hline ۸۵۰۰ \end{array}$$

۳- یعنی ۳۰ مداد می توان خرید و ۲۰۰ تومان باقی می ماند.

بازگشت به عقب :

- ۱- آیا پاسخ به دست آمده همان خواسته مسئله است؟ (بله)
- ۲- راه حل ها و عملیات مسئله را امتحان و درستی آنها را بررسی کنید.

مسئله ۲ صفحه ۹۰

سؤال مسئله ۲ صفحه ۹۰ : صاحب یک کارگاه جوراب بافی روز گذشته ۱۸/۳۵ کیلوگرم و امروز ۱۷/۶۵ کیلوگرم نخ

خریده است. اگر برای هر جفت جوراب ۱۲۰ گرم نخ مصرف شود، با این مقدار نخ چند جفت جوراب می توان بافت؟

فهمیدن مسئله :

- ۱- اطلاعات داده شده را بیان کنید؟
 - ۲- مسئله از شما چه چیزی خواسته است؟ (چند جفت جوراب می توان بافت؟)
- انتخاب راهبرد :** این مسئله از چند مسئله ساده و کوچک به وجود آمده است. اگر آنها را مشخص کنید حل مسئله برایتان آسان می شود. مسئله های کوچک عبارتند از :

۱- در مجموع در این دو روز چند کیلوگرم نخ خریداری شده است؟

۲- این مقدار نخ چند گرم است؟

۳- با این مقدار نخ چند جوراب تهیه می شود؟

حل مسئله : مسئله کوچک را به ترتیب حل می کنیم.

$$۱۸/۳۵ + ۱۷/۶۵ = ۳۶/۰۰$$

کیلوگرم

۱-

$$۳۶ \times ۱۰۰۰ = ۳۶۰۰۰$$

گرم

۲-

$$۳۶۰۰۰ \div ۱۲۰ = ۳۰۰$$

جفت جوراب

۳-

بازگشت به عقب :

- ۴- آیا پاسخ به دست آمده همان خواسته مسئله است؟ (بله)
- ۵- راه حل ها و عملیات مسئله را امتحان و درستی آنها را بررسی کنید.

مسئله ۳ صفحه ۹۰

سؤال مسئله ۳ صفحه ۹۰ : مفتولی (سیم نازک) را به شکل مربعی به ضلع ۸ سانتی متر در آورده ایم. اگر آن را باز کنیم و به شکل یک مستطیل به عرض ۳ سانتی متر در آوریم، طول مستطیل چند سانتی متر است؟

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ۳ صفحه ۹۰ :

فهمیدن مسئله :

۱- اطلاعات داده شده را بیان کنید؟

۲- مسئله از شما چه چیزی خواسته است؟ (طول ضلع مستطیل چند سانتی متر است؟)

انتخاب راهبرد : این مسئله از چند مسئله ساده و کوچک به وجود آمده است. اگر آنها را مشخص کنید حل مسئله برایتان

آسان می شود. مسئله های کوچک عبارتند از :

۱- محیط مربع چند سانتی متر است؟ (محیط مربع با محیط مستطیل برابر است.)

۲- مجموع عرض های مستطیل چند سانتی متر است؟

۳- مجموع طول های مستطیل چند سانتی متر است؟

۴- طول های مستطیل چند سانتی متر است؟

حل مسئله : مسئله کوچک را به ترتیب حل می کنیم.

۱- $4 \times 8 = 32$ سانتی متر

۲- $2 \times 3 = 6$ سانتی متر

۳- $32 - 6 = 26$ سانتی متر

۴- $26 \div 2 = 13$ طول مستطیل ۱۳ سانتی متر

بازگشت به عقب :

۱- آیا پاسخ به دست آمده همان خواسته مسئله است؟ (بله)

۲- راه حل ها و عملیات مسئله را امتحان و درستی آنها را بررسی کنید.

مسئله ۴ صفحه ۹۰

سؤال مسئله ۴ صفحه ۹۰ : کتاب فروشی اعلام کرده است که کتاب های نو را با ۲۰ درصد و کتاب های کهنه را با ۳۵ درصد تخفیف می فروشد. زهرا می خواهد تعدادی کتاب نو به قیمت ۳۵۰۰۰ تومان و تعدادی کتاب کهنه به قیمت ۸۶۰۰۰ تومان بخرد. زهرا چند تومان باید بپردازد؟

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ۳ صفحه ۹۰ :

فهمیدن مسئله :

۳- اطلاعات داده شده را بیان کنید؟

۴- مسئله از شما چه چیزی خواسته است؟ (زهرا چند تومان باید بپردازد؟)

انتخاب راهبرد : این مسئله از چند مسئله ساده و کوچک به وجود آمده است. اگر آنها را مشخص کنید حل مسئله برایتان

آسان می شود. مسئله های کوچک عبارتند از :

۱- مقدار تخفیف کتاب های نو چند تومان است؟

۲- مقدار تخفیف کتاب‌های کهنه چند تومان است؟

۳- زهرا چند تومان باید بپردازد؟

حل مسئله : مسئله کوچک را به ترتیب حل می‌کنیم.

۱-

کتاب‌های نو	۱۰۰	۳۵۰۰۰
درصد تخفیف	۲۰	۷۰۰۰

$$۲- \text{تومان} \quad ? = \frac{۲۰ \times ۳۵۰۰۰}{۱۰۰} = ۷۰۰۰$$

$$۳- \text{تومان} \quad ۳۵۰۰۰ - ۷۰۰۰ = ۲۸۰۰۰$$

کتاب‌های کهنه	۱۰۰	۸۶۰۰۰
درصد تخفیف	۳۵	۳۰۱۰۰

$$۴- \text{تومان} \quad ? = \frac{۳۵ \times ۸۶۰۰۰}{۱۰۰} = ۳۰۱۰۰$$

$$۵- \text{تومان} \quad ۸۶۰۰۰ - ۳۰۱۰۰ = ۵۵۹۰۰$$

$$۶- \text{زهرا باید} \quad ۲۸۰۰۰ + ۵۵۹۰۰ = ۸۳۹۰۰ \text{ تومان بپردازد}$$

بازگشت به عقب :

۱- آیا پاسخ به دست آمده همان خواسته مسئله است؟ (بله)

۲- راه حل‌ها و عملیات مسئله را امتحان و درستی آنها را بررسی کنید.

نکته حل مسئله با راهبرد زیر مسئله صفحه ۹۱

قبل از حل کردن مسئله فهرست و ترتیبی از زیر مسئله‌ها تهیه کنید. این کار به فکر شما نظم می‌دهد و حل مسئله را برایتان

آسان تر می‌کند.

مسئله ۱ صفحه ۹۱

سؤال مسئله ۱ صفحه ۹۱ : حاصل کسر روبه رو را به دست آورید.

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ۱ صفحه ۹۱ :

$$\frac{3 - \frac{2}{5}}{\frac{1}{5} \times \frac{1}{11}}$$

فهمیدن مسئله :

۱- اطلاعات داده شده را بیان کنید؟

۲- مسئله از شما چه چیزی خواسته است؟ (حاصل کسر روبه رو را به دست آورید.)

انتخاب راهبرد : این مسئله از چند مسئله ساده و کوچک به وجود آمده است. اگر آنها را مشخص کنید حل مسئله برایتان

آسان می‌شود. مسئله‌های کوچک عبارتند از :

۱- محاسبه صورت کسر

۲- محاسبه مخرج کسر

۳- تقسیم صورت بر مخرج کسر

حل مسئله : مسئله کوچک را به ترتیب حل می کنیم.

۱- حاصل صورت کسر

$$3 - \frac{2}{5} = \frac{15}{5} - \frac{2}{5} = \frac{13}{5}$$

۲- حاصل مخرج کسر

$$\frac{1}{5} \times 1 \frac{1}{11} = \frac{1}{5} \times \frac{12}{11} = \frac{12}{55}$$

۳- حاصل تقسیم صورت بر مخرج کسر

$$\frac{13}{5} \div \frac{12}{55} = \frac{13}{5} \times \frac{55}{12} = \frac{143}{12} = 11 \frac{11}{12}$$

بازگشت به عقب :

۳- آیا پاسخ به دست آمده همان خواسته مسئله است؟ (بله)

۴- راه حل ها و عملیات مسئله را امتحان و درستی آنها را بررسی کنید.

مسئله ۲ صفحه ۹۱

سؤال : مراحل محاسبه کسر زیر با رسم خط های کسری مشخص شده است. هر خط کسری نشان دهنده یک عملیات است.

با انجام مراحل این عملیات مرحله های حاصل را پیدا کنید.

$$1 + \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = 1 + \frac{\quad}{\quad} = 1 + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ۲ صفحه ۹۱ :

فهمیدن مسئله :

۱- اطلاعات داده شده را بیان کنید؟

۲- مسئله از شما چه چیزی خواسته است؟ (تعداد مدادهایی که احمد می تواند بخرد.)

انتخاب راهبرد : این مسئله از چند مسئله ساده و کوچک به وجود آمده است. اگر آنها را مشخص کنید حل مسئله برایتان

آسان می شود. مسئله های کوچک عبارتند از :

۱- محاسبه صورت کسراول

۲- محاسبه صورت کسردوم

۳- محاسبه مخرج کسراول

۴- محاسبه مخرج کسراول

۵- تقسیم صورت بر مخرج کسر

۶- محاسبه حاصل عبارت (کسر سوم)

حل مسئله : مسئله کوچک را به ترتیب حل می کنیم.

۱- حاصل صورت کسراول

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{۲- حاصل صورت کسر دوم}$$

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} \quad \text{۳- حاصل مخرج کسراول}$$

$$\frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{۴- حاصل مخرج کسراول}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{۵- حاصل تقسیم صورت بر مخرج کسر}$$

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{۶- حاصل عبارت (کسر سوم)}$$

بازگشت به عقب :

۱- آیا پاسخ به دست آمده همان خواسته مسئله است؟ (بله)

۲- راه حل ها و عملیات مسئله را امتحان و درستی آنها را بررسی کنید.

$$1 + \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = 1 + \frac{\frac{2}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}} = 1 + \frac{\frac{2-1}{2}}{\frac{2+1}{2}} = 1 + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \div \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = 1 + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{9} = 1 + \frac{2}{9} = \frac{9}{9} + \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$$

$$= 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

مسئله ۳ صفحه ۹۱

سؤال مسئله ۳ صفحه ۹۱ : فاطمه $\frac{1}{4}$ پولش را کتاب و $\frac{1}{3}$ پولش را دفتر خرید. اگر برای فاطمه ۵۰۰۰ تومان باقیمانده باشد کل پول فاطمه چقدر بوده است؟

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ۳ صفحه ۹۱ : این مسئله را در فصل اول با راهبرد رسم شکل حل کرده اید. حالا با حل آن به روش زیر مسئله پاسخ آن را به دست آورید.

فهمیدن مسئله :

۱- اطلاعات داده شده را بیان کنید؟

۲- مسئله از شما چه چیزی خواسته است؟ (تعداد مدادهایی که احمد می تواند بخرد.)

انتخاب راهبرد : این مسئله از چند مسئله ساده و کوچک به وجود آمده است. اگر آنها را مشخص کنید حل مسئله برایتان آسان می شود. مسئله های کوچک عبارتند از :

۱- چه کسری از پول فاطمه خرج شده است؟

۲- چه کسری باقیمانده است؟

۳- اگر این کسر باقیمانده ۵۰۰۰ تومان باشد، کل پول چقدر است؟

حل مسئله : مسئله کوچک را به ترتیب حل می کنیم.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

۱- پول خرج شده فاطمه

۲- پول باقیمانده

۳- کل پول فاطمه

پول باقیمانده	۱	۵۰۰۰
کل پول	۶	۳۰۰۰۰

$$? = \frac{6 \times 5000}{1} = 30000$$

کل پول فاطمه

بازگشت به عقب :

۱- آیا پاسخ به دست آمده همان خواسته مسئله است؟ (بله)

۲- راه حل ها و عملیات مسئله را امتحان و درستی آنها را بررسی کنید.

تسهیم به نسبت (صفحه ۹۲ الی ۹۵)

اهداف درس سوم

- بسط جدول تناسب
- درک مفهوم تسهیم به نسبت
- حل مسئله به کمک بسط جدول تناسب
- تشخیص مقدارهای متناسب و نامتناسب

مهارت‌ها:

- تشکیل جدول تناسب دارای سطرهای جز، و کل
- تشکیل جدول‌های تناسب با عددهای اعشاری
- حل مسئله به کمک جدول تناسب
- بسط جدول تناسب (مجموع و تفاضل)

توصیه‌های آموزشی درس سوم فصل پنجم

- به دانش‌آموزان یاد دهید که یک مسئله چند قسمتی را در یک جدول حل کنند.
- در مسئله‌های تسهیم به نسبت فقط در صورتی می‌توانید به ردیف‌های جدول، ردیفی اضافه کنید که کمیت اضافه شده با سایر کمیت‌ها متناسب باشند.
- تسهیم به نسبت یعنی پرداخت پول هر کس به نسبت سهم آن فرد از کل (مجموع) سهم‌ها.

فعالیت

فعالیت ۱ صفحه ۹۲



هدف: اندازه ضلع مربع به محیط همان مربع متناسب است و در جدول تناسب می‌توان ردیفی به نام محیط اضافه کرد.

نکته فعالیت ۱ صفحه ۹۲: دانش‌آموزان در تمرین ۱ صفحه ۸۵ به صورت عملی بیان کردند که اندازه ضلع مربع به اندازه محیط همان مربع متناسب است و نسبت اندازه ضلع مربع به اندازه محیط آن برابر ۱ به ۴ است. در این تمرین دانش‌آموزان نسبت ضلع

به محیط مربع را به صورت کسری بیان می کنند.
هر گاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آنها، مقدار ثابتی باشد (همه کسرها مساوی باشند) به آن دو مقدار،
مقدارهای متناسب می گویند. و جدول این نسبت ها را جدول تناسب می گویند.

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۹۲ :

اندازه ضلع (به متر)	۳	۹	۵	۲۰	۲/۵	۱/۵
محیط (به متر)	۱۲	۳۶	۲۰	۸۰	۱۰	۶

$$\frac{۳}{۱۲} \quad \frac{۹}{۳۶} \quad \frac{۵}{۲۰} \quad \frac{۲۰}{۸۰} \quad \frac{۲/۵}{۱۰} \quad \frac{۱/۵}{۶}$$

می دانیم که $\frac{۳}{۱۲} = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۵}{۲۰} = \frac{۲۰}{۸۰} = \frac{۲/۵}{۱۰} = \frac{۱/۵}{۶} = \frac{۱}{۴}$ پس این کسرها با هم برابر هستند.

هر گاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آنها، مقدار ثابتی باشد (همه کسرها مساوی باشند) به آن دو مقدار،
مقدارهای متناسب می گویند. و جدول این نسبت ها را جدول تناسب می گویند. همان طور که می بینید اندازه ضلع مربع به محیط همان
مربع متناسب است و جدول بالا جدول تناسب است. بنابراین در جدول تناسب می توان ردیفی به نام محیط اضافه کرد.

– نسبت اندازه ضلع مربع به اندازه محیط آن برابر ۱ به ۴ است.

– اگر ضلع مربع ۴ برابر شود محیط آن نیز ۴ برابر خواهد شد.

– اگر ضلع مربع ۳/۵ برابر شود محیط آن نیز ۳/۵ برابر خواهد شد.

فعالیت



فعالیت ۲ صفحه ۹۲

هدف : اندازه ضلع مربع به مساحت همان مربع متناسب است و در جدول تناسب نمی توان ردیفی به نام مساحت اضافه کرد.
نکته فعالیت ۲ صفحه ۹۲ : دانش آموزان در فعالیت ۱ صفحه ۹۲ به صورت عملی بیان کردند که اندازه ضلع مربع به اندازه
محیط همان مربع متناسب است و نسبت اندازه ضلع مربع به اندازه محیط آن برابر ۱ به ۴ است. و آن را به صورت کسری بیان می کنند.
در این تمرین آنها به صورت عملی بررسی می کنند که آیا اندازه ضلع مربع به اندازه مساحت آن متناسب است یا نه؟

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ۹۲ :

اندازه ضلع (به متر)	۳	۵	۶	۱/۵	۱۲
مساحت (به مترمربع)	۹	۲۵	۳۶	۲/۲۵	۱۴۴

$$\frac{۳}{۹} \quad \frac{۵}{۲۵} \quad \frac{۶}{۳۶} \quad \frac{۱/۵}{۲/۲۵} \quad \frac{۱۲}{۱۴۴}$$

می دانیم که $\frac{۳}{۹}$ و $\frac{۵}{۲۵}$ ، $\frac{۶}{۳۶}$ ، $\frac{۱/۵}{۲/۲۵}$ ، $\frac{۱۲}{۱۴۴}$ با هم برابر نیستند.

هر گاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آنها، مقدار ثابتی باشد (همه کسرها مساوی باشند) به آن دو مقدار،

مقدارهای متناسب می‌گویند. و جدول این نسبت‌ها را جدول تناسب می‌گویند. بنابراین چون همه کسرها باهم برابر نیستند پس اندازه ضلع مربع به مساحت آن مقدارهای متناسبی نیستند و جدول بالا جدول تناسب نیست. بنابراین در جدول تناسب نمی‌توان ردیفی به نام مساحت اضافه کرد.

فعالیت



فعالیت ۳ صفحه ۹۲

هدف: اضافه کردن ردیف مجموع به جدول تناسب

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۳ صفحه ۹۲:

آبی (کیلوگرم)	۳	۵	۱۲	$\frac{1}{5}$	۱۲
زرد (کیلوگرم)	۹	۱۵	۳۶	$\frac{4}{5}$	۳۶
سبز (زرد + آبی) کیلوگرم	$3+9=12$	$5+15=20$	$12+36=48$	$\frac{1}{5}+\frac{4}{5}=1$	$12+36=48$

ادامه پاسخ پیشنهادی فعالیت ۳ صفحه ۹۲: اگر مقدار رنگ‌های آبی و زرد را ۲ برابر کنیم. مقدار رنگ سبز نیز ۲ برابر می‌شود. می‌دانیم که هر گاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آنها، مقدار ثابتی باشد (همه کسرها مساوی باشند) به آن دو مقدار، مقدارهای متناسب می‌گویند. و جدول این نسبت‌ها را جدول تناسب می‌گویند. بنابراین در این جدول تناسب می‌توان ردیفی به نام سبز (آبی + زرد) اضافه کرد.

آبی (کیلوگرم)	۳	$2 \times 3 = 6$
زرد (کیلوگرم)	۹	$2 \times 9 = 18$
سبز (زرد + آبی) کیلوگرم	$3+9=12$	$2 \times 12 = 24$

$$\left. \begin{aligned} (2 \times 3) + (2 \times 9) &= 6 + 18 = 24 \\ 2 \times 12 &= 24 \end{aligned} \right\} \longrightarrow (2 \times 3) + (2 \times 9) = 2 \times (3 + 9) = 2 \times 12$$

کار در کلاس ۱ صفحه ۹۳



هدف: اضافه کردن ردیف‌های مجموع و تفاضل به جدول تناسب

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۱ صفحه ۹۳:

	$(\times 2)$	
حمید	۳	۶
مجید	۴	۸
مجموع پول‌ها	$4+3=7$	$6+8=14$
تفاضل پول‌ها	$4-3=1$	$8-6=2$

۱- نسبت پول حمید به مجید ۳ به ۴ و مجموع نسبت‌های پول آنها ۷ است اگر نسبت پول حمید و مجید را دو برابر کنیم. نسبت پول حمید به مجید ۶ به ۸ و مجموع نسبت‌های پول آنها ۱۴ می‌شود که ۱۴ نیز دو برابر ۷ است پس مجموع پول آن دو نفر نیز دو برابر می‌شود؛ بنابراین می‌توان ردیفی به نام مجموع پول‌ها اضافه کرد زیرا اگر دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آنها، مقدار ثابتی باشد (همه کسرها مساوی باشند) به آن دو مقدار، مقدارهای متناسب می‌گویند و جدول این نسبت‌ها را جدول تناسب می‌گویند.

۲- نسبت پول حمید به مجید ۳ به ۴ و تفاضل نسبت‌های پول آنها ۱ است اگر نسبت پول حمید و مجید را دو برابر کنیم. نسبت پول حمید به مجید ۶ به ۸ و تفاضل نسبت‌های پول آنها ۲ می‌شود که ۲ نیز دو برابر ۱ است پس تفاضل پول آن دو نفر نیز دو برابر می‌شود؛ بنابراین می‌توان ردیفی به نام تفاضل پول‌ها اضافه کرد زیرا اگر دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آنها، مقدار ثابتی باشد (همه کسرها مساوی باشند) به آن دو مقدار، مقدارهای متناسب می‌گویند و جدول این نسبت‌ها را جدول تناسب می‌گویند.

ادامه کار در کلاس ۱ صفحه ۹۳

هدف : بسط جدول تناسب

ادامه سؤال کار در کلاس ۱ صفحه ۹۳ : آیا سه برابر پول مجید منهای ۲ برابر پول حمید با نسبت پول‌های این دو نفر تناسب دارد؟

پاسخ پیشنهادی ادامه کار در کلاس ۱ صفحه ۹۳ : می‌دانیم که تسهیم به نسبت یعنی پرداخت پول هر کس به نسبت سهم

آن فرد از کل (مجموع) سهم‌ها.

$$\dots = \dots \times 2 - \dots \times 3 = \dots \text{ در مورد عددهای دو برابر شده}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 = 6 - 6 = 12 - 6 = 6 \\ 12 = 12 - 12 = 24 - 12 = 12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \text{ برابر مجید} \\ \text{در مورد عددهای دو برابر شده} \end{array}$$

سه برابر پول مجید منهای ۲ برابر پول حمید (داده‌های ستون اول جدول) برابر ۶ است و سه برابر پول مجید منهای ۲ برابر پول حمید در مورد عددهای دو برابر شده (داده‌های ستون دوم جدول) برابر ۱۲ است. پس اگر عددهای نسبت‌ها دو برابر شود سه برابر پول مجید منهای ۲ برابر پول حمید نیز دو برابر می‌شود. بنابراین سه برابر پول مجید منهای ۲ برابر پول حمید با نسبت پول‌های این دو نفر تناسب دارد.

فعالیت



فعالیت ۱ صفحه ۹۳

هدف : کاربرد تسهیم به نسبت در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۹۳ : می‌دانیم که مجموع نسبت‌ها با نسبت‌ها متناسب است. پس می‌توانیم ردیفی به نام

مجموع به جدول تناسب اضافه کرد. (مراجعه شود به فعالیت ۳ صفحه ۹۲)

ابتدا مجموع نسبت‌ها را محاسبه می‌کنیم. $2 + 5 + 7 = 14$

می‌دانیم که مجموع دستمزدها برابر ۱۴۰۰۰۰۰ تومان است. پس :

$$\text{سهم کارگر} = 2 \times 100000 = 200000$$

$$\text{سهم استادکار} = 5 \times 100000 = 500000$$

$$\text{سهم سرکارگر} = 7 \times 100000 = 700000$$

سهم کارگر	۲	۲۰۰۰۰۰
سهم استادکار	۵	۵۰۰۰۰۰
سهم سرکارگر	۷	۷۰۰۰۰۰
مجموع سهم ها	۱۴	۱۴۰۰۰۰۰

کار در کلاس ۱ صفحه ۹۴



هدف: نوشتن تساوی کسری برای نسبت ها و مجموع آنها در جدول تناسب
پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۱ صفحه ۹۴: می دانیم که مجموع نسبت ها با نسبت ها متناسب است. پس می توان ردیفی به نام مجموع به جدول تناسب اضافه کرد. (مراجعه شود به فعالیت ۳ صفحه ۹۲)

پیچ	۳	۱۲
مهره	۴	۱۶
مجموع پیچ و مهره	۷	۲۸

مجموع پیچ و مهره ها ۴ برابر شده است پس نسبت ها نیز باید ۴ برابر شود.

توصیه کار در کلاس ۱ صفحه ۹۴:

برای محاسبه خانه های مجهول جدول می توان تساوی کسری همانند تساوی های زیر را نوشت و سپس پاسخ مجهول را محاسبه کرد. (دانش آموزان با این روش حل در تمرین ۲ صفحه ۹ کتاب ریاضی پایه ششم آشنا شده اند.)

$$\frac{3}{7} = \frac{?}{28} \longrightarrow ? = \frac{3 \times 28}{7} = 12$$

$$\frac{4}{7} = \frac{?}{28} \longrightarrow ? = \frac{4 \times 28}{7} = 16$$

کار در کلاس ۲ صفحه ۹۴



هدف: کاربرد تسهیم به نسبت در حل مسئله
پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۲ صفحه ۹۴:

مس	۴	۳/۶
قلع	۲	۱/۸
نیکل	۱	۰/۹
مخلوط مس و قلع و نیکل	۷	۶/۳

ابتدا مجموع نسبت ها را محاسبه می کنیم. $4 + 2 + 1 = 7$

مس $\frac{4}{7} = \frac{?}{6/3} \longrightarrow ? = \frac{4 \times 6/3}{7} = 3/6$

قلع $\frac{2}{7} = \frac{?}{6/3} \longrightarrow ? = \frac{2 \times 6/3}{7} = 1/8$

نیکل $\frac{1}{7} = \frac{?}{6/3} \longrightarrow ? = \frac{1 \times 6/3}{7} = 0/9$



کار در کلاس ۳ صفحه ۹۴

هدف: کاربرد تسهیم به نسبت در حل مسئله
پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۳ صفحه ۹۴:

نخ مصنوعی	۶۵٪	۶۵
پشم	۳۵٪	۳۵
نخ کارگاه بافندگی	۱۰۰٪	۱۰۰

در هر ۱۰۰ کیلوگرم از این نخ ۶۵ کیلوگرم نخ مصنوعی و ۳۵ کیلوگرم پشم وجود دارد.
پاسخ پیشنهادی ادامه کار در کلاس ۳ صفحه ۹۴:

پشم	۳۵٪	۸/۷۵
نخ کارگاه بافندگی	۱۰۰٪	۲۵۰

$$\frac{35}{100} = \frac{?}{250} \longrightarrow ? = \frac{35 \times 250}{100} = 8/75$$

در یک بلوز ۲۵۰ گرمی، ۸/۷۵ گرم پشم وجود دارد.

تمرین ۱ صفحه ۹۴

هدف: کاربرد تسهیم به نسبت در حل مسئله
پاسخ پیشنهادی تمرین ۱ صفحه ۹۴:



ماده ۱	۷	۲۸
ماده ۲	۵	۲۰
ماده ۳	۳	۱۲
نوع دارو	۱۵	۶۰

ابتدا مجموع نسبت ها را محاسبه می کنیم.

$$7 + 5 + 3 = 15$$

$$\frac{7}{15} = \frac{?}{60} \longrightarrow ? = \frac{7 \times 60}{15} = 28$$

ماده ۱

$$\frac{5}{15} = \frac{?}{60} \longrightarrow ? = \frac{5 \times 60}{15} = 20$$

ماده ۲

$$\frac{3}{15} = \frac{?}{60} \longrightarrow ? = \frac{3 \times 60}{15} = 12$$

ماده ۳

تمرین ۲ صفحه ۹۴

هدف: کاربرد تسهیم به نسبت در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی تمرین ۲ صفحه ۹۴:

پتاس	۳	۲۸
نیتروژن	۲	۲۰
فسفات	۲	۱۲
نوع کود	۷	۳۵

ابتدا مجموع نسبت ها را محاسبه می کنیم.

$$3 + 2 + 2 = 7$$

$$\frac{3}{7} = \frac{?}{35} \longrightarrow ? = \frac{3 \times 35}{7} = 15$$

پتاس

$$\frac{2}{7} = \frac{?}{35} \longrightarrow ? = \frac{2 \times 35}{7} = 10$$

نیتروژن

$$\frac{2}{7} = \frac{?}{35} \longrightarrow ? = \frac{2 \times 35}{7} = 10$$

فسفات

برای ۴ هکتار ۶۰ کیلوگرم پتاس، ۴۰ کیلوگرم نیتروژن و ۴۰ کیلوگرم فسفات نیاز است.

$$4 \times 15 = 60 \quad \text{پتاس (کیلوگرم)}$$

$$4 \times 10 = 40 \quad \text{نیتروژن (کیلوگرم)}$$

$$4 \times 10 = 40 \quad \text{فسفات (کیلوگرم)}$$

تمرین ۳ صفحه ۹۵

هدف: کاربرد تسهیم به نسبت در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی تمرین ۳ صفحه ۹۵:

بهرام	۴	۱۶	۲۰۴۰۰۰۰
محمود	۵	۲۰	۲۵۵۰۰۰۰
مجموع کاربهرام و محمود	۹	۳۶	۴۵۹۰۰۰۰

هر ماه ۴ هفته است پس تعداد روزهای کار را در ۴ ضرب می‌کنیم تا تعداد روزهای کار در ماه را به دست آوریم. سپس سهم هر یک را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{بهرام} \quad 4 \times 4 = 16 \quad ; \quad \text{محمود} \quad 4 \times 5 = 20$$

$$\frac{16}{36} = \frac{?}{4590000} \longrightarrow ? = \frac{16 \times 4590000}{36} = 2040000 \quad \text{سهم بهرام}$$

$$\frac{20}{36} = \frac{?}{4590000} \longrightarrow ? = \frac{20 \times 4590000}{36} = 2550000 \quad \text{سهم محمود}$$

تمرین ۴ صفحه ۹۵

هدف: کاربرد تسهیم به نسبت در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی تمرین ۴ صفحه ۹۵:

روش اول:

طول	۴	۴۰
عرض	۵	۵۰
محیط	۱۸	۱۸۰

$$(\text{طول} + \text{عرض}) \times 2 = \text{محیط}$$

$$2 \times (4 + 5) = 18$$

چون محیط ۱۰ برابر شده است پس ۴ و ۵ را نیز ۱۰ برابر می‌کنیم بنابراین طول مربع ۵۰ متر و عرض آن ۴۰ متر است.

$$\text{طول} \times \text{عرض} = \text{مساحت مربع}$$

$$50 \times 40 = 2000 \quad \text{متر مربع}$$

روش دوم:

طول	۴	۴۰
عرض	۵	۵۰
مجموع طول و عرض	۹	۹۰

محیط مربع برابر ۱۸۰ متر است پس مجموع طول و عرض مربع برابر ۹۰ متر است.

$$90 = 180 \div 2 = \text{طول} + \text{عرض} \quad \text{محیط} = 2 \times (\text{طول} + \text{عرض})$$

چون مجموع طول و عرض ۱۰ برابر شده است پس ۴ و ۵ را نیز ۱۰ برابر می‌کنیم بنابراین طول مربع ۵۰ متر و عرض آن ۴۰ متر است.

$$\text{طول} \times \text{عرض} = \text{مساحت مربع}$$

$$50 \times 40 = 2000 \quad \text{متر مربع}$$



تمرین ۵ صفحه ۹۵

هدف : کاربرد تسهیم به نسبت در حل مسئله
پاسخ پیشنهادی تمرین ۵ صفحه ۹۵ :

سم ۱	۳	۳۷/۵	۳۶۰
سم ۲	۴	۵۰	۴۸۰
سم ۳	۱	۱۲/۵	۱۲۰
سم مخلوط	۸	۱۰۰	۹۶۰

برای دفع این نوع آفت پنبه باید ۳۷/۵ درصد سم ۱، ۵۰ درصد سم ۲ و ۱۲/۵ درصد سم ۳ را با هم مخلوط کنیم. همچنین برای سم پاشی مزرعه ای که مجموعاً ۹۶۰ گرم سم لازم دارد به تفکیک ۳۶۰ گرم سم ۱، ۴۸۰ گرم سم ۲ و ۱۲۰ گرم سم ۳ را باید تهیه کنیم.

تمرین ۶ صفحه ۹۵

هدف : کاربرد تسهیم به نسبت در حل مسئله

سؤال تمرین ۶ صفحه ۹۵ : یک کارگر $\frac{1}{4}$ استاد کار و یک استاد کار $\frac{2}{3}$ سرکارگر دستمزد می گیرند.
پاسخ پیشنهادی تمرین ۶ صفحه ۹۵ : این تمرین همانند کار در کلاس صفحه ۹۴ می باشد. کافی است که تساوی های کسری را در جدول تناسب بنویسیم.

کارگر	۱	کارگر	۲
سرکارگر	۲	استاد کار	۳
	$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$

چون در هر دو جدول استاد کار مشترک است می توانیم هر سه را در یک جدول بنویسیم. (همانند فعالیت ۱ صفحه ۸۳)

کارگر	۱
استاد کار	۲
سرکارگر	۳

پاسخ پیشنهادی ادامه تمرین ۶ صفحه ۹۵ : سهم هر کدام را به کمک جدول زیر محاسبه می کنیم. (همانند فعالیت ۱ صفحه ۹۳)
ابتدا مجموع نسبت ها را محاسبه می کنیم. $۱ + ۲ + ۳ = ۶$

می‌دانیم که مجموع دستمزدها برابر ۶۰۰۰۰۰ تومان است. پس :

$$1 \times 100000 = 100000 \text{ سهم کارگر}$$

$$2 \times 100000 = 200000 \text{ سهم استادکار}$$

$$3 \times 100000 = 300000 \text{ سهم سرکارگر}$$

کارگر	۱	۱۰۰۰۰۰
استادکار	۲	۲۰۰۰۰۰
سرکارگر	۳	۳۰۰۰۰۰
جمع دستمزدها	۶	۶۰۰۰۰۰

تمرین ۷ صفحه ۹۵

هدف : کاربرد تسهیم به نسبت در حل مسئله

پاسخ پیشنهادی تمرین ۷ صفحه ۹۵ : ۳۵ را باید به نسبت ۲ و ۳ تقسیم کنیم.

چون ۵، ۷ برابر شده است (۳۵) پس ۲ و ۳ نیز باید ۷ برابر شود. پس صورت کسر برابر ۱۴ و مخرج آن برابر ۲۱ می‌باشد.

$$\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$$

صورت	۲	۱۴
مخرج	۳	۲۱
مجموع صورت و مخرج	۵	۳۵



درس چهارم

درصد و ریاضیات مالی (صفحات ۹۶ الی ۹۹)

اهداف درس چهارم

- درک بیشتر تقریب و کاربرد آن در محاسبات
- مقایسه روش‌های قطع کردن و گرد کردن و میزان خطای تقریب
- درک ترتیب و اولویت انجام محاسبات

مهارت‌ها:

- کار با جدول تناسب بسط داده شده
- محاسبه مالیات بر ارزش افزوده
- کار با درصدهای بیشتر از ۱۰۰٪ (سود و تورم)

توصیه‌های آموزشی درس چهارم فصل پنجم

- ۱- از دانش‌آموزان بخواهید با بررسی مجله‌ها و روزنامه‌ها، مفاهیمی که در آنها درصد به کار رفته است، را جمع‌آوری کنند و به کلاس بیاورند.
- ۲- از دانش‌آموزان بخواهید درباره مسئله‌هایی که در آنها درصدهایی بیشتر از ۱۰۰٪ دارند بحث و تبادل نظر کنند.

آنچه دانش‌آموزان کلاس ششم می‌دانند

- در کلاس پنجم با مفهوم درصد آشنا شده‌اند.
- در کلاس پنجم به کمک جدول تناسب مسئله‌های درصد را محاسبه کرده‌اند.
- به راحتی می‌توانند درصد هر شکل را محاسبه کنند.



فعالیت ۱ صفحه ۹۶

در این مسئله ۳ نسبت با هم مقایسه می‌شود. برای سادگی کار با استفاده از جدول‌های تناسب زیر، می‌توان پایه‌های مقایسه هر سه نسبت را عدد ۱۰۰ قرار داد تا به این ترتیب مقایسه ساده تر شود. جدول‌ها را کامل کنید.

– برای محاسبه جاهای خالی از ماشین حساب کمک بگیرید و عددها را با تقریب کمتر از ۱ گرد کنید.

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۹۶:

سود یخچال	۵۰۰۰۰	۵	سود ماشین لباسشویی	۴۰۰۰۰	۵	سود تلویزیون	۴۵۰۰۰	۵
قیمت یخچال	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰	قیمت ماشین لباسشویی	۷۰۰۰۰۰	۱۰۰	قیمت تلویزیون	۹۰۰۰۰۰	۱۰۰

او به طور تقریبی از هر جنس ۵ درصد سود می‌برد.



کار در کلاس صفحه ۹۶

هدف: آشنایی با معنا کردن درصد‌های بیان شده

کسرها را می‌توان با مخرج ۱۰۰ نوشت و تقریب زد. برای مثال اگر از هر ۱۰۰ نفر در مدرسه، ۹۵ نفر نمره انضباط کامل گرفته باشند $\frac{۹۵}{۱۰۰}$ یا ۹۵٪ آنها نمره انضباط کامل گرفته‌اند.

سؤال کار در کلاس صفحه ۹۶: اگر مدرسه ای ۶۷۲ نفر دانش‌آموز داشته باشد، چند نفر نمره انضباط کامل گرفته‌اند؟ (جواب را با تقریب بنویسید.)

تعداد دانش‌آموزان با انضباط کامل	۹۵	؟
کل دانش‌آموزان	۱۰۰	۶۷۵

$$\frac{۹۵}{۱۰۰} = \frac{?}{۶۷۵} \quad ? = \frac{۹۵ \times ۶۷۵}{۱۰۰} = ۶۴۱ \text{ نفر}$$

۹۵ درصد دانش‌آموزان با انضباط کامل گرفته‌اند.

۹۵٪ درصد دانش‌آموزان با انضباط کامل گرفته‌اند.

از هر ۱۰۰ دانش‌آموز ۹۵ نفر با انضباط کامل گرفته‌اند.

۱۰ درصد دانش‌آموزان با انضباط کامل نگرفته‌اند.

۱۰٪ درصد دانش‌آموزان با انضباط کامل نگرفته‌اند.

و.....



فعالیت صفحه ۹۷

مالیات از منابع درآمد دولت هاست. یکی از مالیات‌هایی که در هنگام خرید و فروش محاسبه می‌شود مالیات بر ارزش افزوده است. هر فروشنده هنگام فروش کالا و یا ارائه خدمات، مالیات مربوط را محاسبه و به قیمت آن کالا اضافه و از مشتری دریافت می‌کند.

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۹۷

هدف: محاسبهٔ مبالغ بیشتر از ۱۰۰٪

۳/۵ درصد یعنی ۳/۵ از ۱۰۰ قسمت.

ابتدا باید مقدار ارزش افزوده را محاسبه کنیم. سپس با جمع مقدار ارزش افزوده با قیمت ماشین، قیمت فروش خودرو (همراه با ارزش افزوده) را محاسبه کنیم.

مالیات بر ارزش افزوده	۳/۵	؟
کل مبلغ	۱۰۰	۱۱۰۰۰۰۰۰

$$\frac{۳/۵}{۱۰۰} = \frac{?}{۱۱۰۰۰۰۰۰} \quad ? = \frac{۳/۵ \times ۱۱۰۰۰۰۰۰}{۱۰۰} = ۳۸۵۰۰۰$$

مالیات بر ارزش افزوده

$$۱۱۰۰۰۰۰۰ + ۳۸۵۰۰۰ = ۱۱۳۸۵۰۰۰$$

این ماشین ۱۱۳۸۵۰۰۰ تومان به فروش می‌رسد.



فعالیت ۲ صفحه ۹۷

هدف: آشنایی با تورم و محاسبهٔ مقدار آن

در صورتی که کسری بزرگ‌تر از واحد باشد. درصد آن بیشتر از ۱۰۰ می‌شود. برای مثال اگر قیمت یک کالا به دلیل تورم از

۵۰۰۰۰ تومان به ۱۲۵۰۰۰ تومان برسد در واقع می‌توان گفت که ۷۵۰۰۰ تومان به آن اضافه شده است. کسر $\frac{۷۵۰۰۰}{۵۰۰۰۰}$ را به روش زیر می‌توان به درصد تبدیل کرد.

$$\frac{۷۵۰۰۰}{۵۰۰۰۰} = \frac{?}{۱۰۰} \quad ? = \frac{۱۰۰ \times ۷۵۰۰۰}{۵۰۰۰۰} = ۱۵۰\%$$

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ۹۷

هدف: محاسبهٔ مالیات بر ارزش افزوده و قیمت فروش کالا

ابتدا باید مقدار ارزش افزوده را محاسبه کنیم سپس با جمع مقدار ارزش افزوده با اجاق گاز، قیمت فروش اجاق گاز (همراه با

ارزش افزوده) را محاسبه کنیم.

مالیات بر ارزش افزوده	۴	؟
کل مبلغ	۱۰۰	۴۰۰۰۰۰

$$\frac{۴}{۱۰۰} = \frac{؟}{۴۰۰۰۰۰}$$

$$؟ = \frac{۴ \times ۴۰۰۰۰۰}{۱۰۰} = ۱۶۰۰۰$$

مالیات بر ارزش افزوده

$$۴۰۰۰۰۰ + ۱۶۰۰۰ = ۴۱۶۰۰۰$$

این اجاق گاز ۴۱۶۰۰۰ تومان به فروش می رسد.

کار در کلاس ۱ صفحه ۹۸ (نمایش درصد به صورت کسر و عدد اعشاری)

انش آموزان باید مانند نمونه زیر پاسخ این کار در کلاس را بنویسند.

$$\frac{۱}{۲} = ۰/۵ = ۵۰\%$$



کار در کلاس ۲ صفحه ۹۸ (نمایش درصد به صورت کسر و عدد اعشاری)

مقدار پرداخت صدقه هر یک از افراد را به کمک جدول تناسب یا تساوی کسرها محاسبه کنید.



$$\frac{۳۰۰۰}{۷۰۰۰۰۰} = \frac{۳}{۷۰۰} = ۰/۴۲\%$$

$$\frac{۴۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰۰} = \frac{۴}{۱۰۰۰} = ۰/۴\%$$

صدقه	۳۰۰۰	۰/۴۲
حقوق کارگر	۷۰۰۰۰۰	۱۰۰
صدقه	۴۰۰۰	۰/۴
حقوق کارمند	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰

می دانیم که ۰/۴۲٪ بیشتر از ۰/۴٪ است پس کارگر نسبت به کارمند درصد بیشتری صدقه می دهد.

تمرین ۱ صفحه ۹۸ (کاربرد درصد در حل مسئله های ریاضی)

بهبتر است درصد پاسخ گویی رضا را در هر درس محاسبه کنیم تا بتوانیم میزان موفقیت او را تعیین کنیم.



نمره رضا در درس اول	۱۵	۷۵
کل نمره	۲۰	۱۰۰

نمره رضا در درس دوم	۳۶	۷۲
کل نمره	۵۰	۱۰۰

رضا به ۷۵ درصد سؤالات درس اول و ۷۲ درصد سؤالات درس دوم پاسخ درست داده است و بنابراین او در درس اول موفق تر بوده است.

تمرین ۲ صفحه ۹۸ (کاربرد درصد در حل مسئله های ریاضی)

این تمرین را می توانید همانند تمرین ۶ صفحه ۹۵ محاسبه کنید.

اکسیژن	۱	۲۰
نیتروژن	۴	۸۰
کل هوا	۵	۱۰۰

تقریباً ۲۰ درصد هوا اکسیژن و ۸۰ درصد آن نیتروژن است.

تمرین ۳ صفحه ۹۸ (کاربرد درصد در حل مسئله های ریاضی)

دانش آموزان در پایه پنجم با رنگ کردن قسمت هایی از شکلی که به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم شده است آن را به صورت کسری و درصد بیان می کنند اما در این تمرین دانش آموزان باید ۱۶ درصد از شکلی را که به ۲۵ قسمت برابر تقسیم شده است رنگ کنند. بنابراین بهتر است ابتدا محاسبه کنند که ۱۶ درصد برابر چند خانه از شکل می شود. ۱۶ درصد شکل برابر ۴ خانه است پس باید ۴ خانه از شکل را رنگ کنند.

تعداد خانه های رنگی	۱۶	۴
کل خانه ها	۱۰۰	۲۵

تمرین ۴ صفحه ۹۸ (کاربرد درصد در حل مسئله های ریاضی)

خانواده های کشاورز	۴۵	۲۰۱
خانواده های دامپرور	۵۵	۲۴۶
کل خانواده ها	۱۰۰	۴۴۷

درصد خانواده های دامپرور $100 - 45 = 55$

تقریباً در روستای حسن آباد ۴۴۷ خانواده زندگی می کنند که ۲۴۶ خانواده دامپرور (با تقریب کمتر از ۱ به روش گرد کردن) هستند.



تمرین ۵ صفحه ۹۹ (مقایسه و کاربرد درصد در حل مسئله‌های ریاضی)

ابتدا درصد هر یک را محاسبه می‌کنیم تا مقدار بیشتر را تعیین کنیم.

درصد خواسته شده	۲۰	۶
کل (درصد)	۱۰۰	۳۰

درصد خواسته شده	۳۰	۶
کل (درصد)	۱۰۰	۲۰

۲۰ درصد ۳۰ تا و ۳۰ درصد ۲۰ تا برابر و مساوی ۶ تا است، پس این دو مقدار با هم برابر هستند.



تمرین ۶ صفحه ۹۹ (کاربرد درصد و محاسبه مالیات در حل مسئله‌های ریاضی)

باید ۲٪ درصد سرمایه اولیه را محاسبه کنیم که می‌توانیم به کمک جدول تناسب این مقدار را محاسبه کنیم.

مالیات	۰/۲	۲۰۰۰
سرمایه اولیه شرکت	۱۰۰	۱۰۰۰۰۰۰

این شرکت باید ۲۰۰۰ تومان مالیات بپردازد.



تمرین ۷ صفحه ۹۹ (کاربرد درصد و محاسبه مالیات در حل مسئله‌های ریاضی)

باید ۷٪ درصد نان تولید شده را محاسبه کنیم که می‌توانیم به کمک جدول تناسب این مقدار را محاسبه کنیم.

نان دور ریخته شده	۰/۷	۱۰
کل نان تولید شده	۱۰۰	۱۰۰۰۰

در هر هفته ۱۰ عدد از نان‌ها دور ریخته می‌شود.

پاسخ پیشنهادی تمرین ۸ صفحه ۹۹ (کاربرد درصد و محاسبه مالیات در حل مسئله‌های ریاضی)

۱- محاسبه ۳ درصد مالیات

مالیات	۳	۱۰۵۰۰
قیمت کالا	۱۰۰	۳۵۰۰۰۰

$$۳۵۰۰۰۰ + ۱۰۵۰۰ = ۳۶۰۵۰۰$$

۲- محاسبه قیمت کالا با مالیات (تومان)

۳- محاسبه ۱۰ درصد تخفیف کالا (تومان)

تخفیف	۱۰	۳۶۰۵۰
قیمت کالا با مالیات	۱۰۰	۳۶۰۵۰۰

$$۳۶۰۵۰۰ - ۳۶۰۵۰ = ۳۲۴۴۵۰$$

۴- محاسبه قیمت فروش کالا پس از ۱۰ درصد تخفیف

برای خرید باید ۳۲۴۴۵۰ تومان بپردازید.

آمار و احتمال



جمع‌آوری و نمایش داده‌ها

نگاه کلی به درس اول

دانش‌آموزان در این درس لزوم استفاده از داده‌های آماری و علم آماری را با توجه به کاربردهای مختلف آن درک می‌کنند. در مورد نحوه جمع‌آوری داده‌های آماری توضیحات مختصری ارائه می‌کنند. برای سازماندهی داده‌ها از رسم جدول استفاده می‌کنند. داده‌های جمع‌آوری شده را در جدول داده‌ها سازماندهی کرده و از روی جدول به سؤالات مطرح شده، پاسخ می‌دهند. فایده نمودار میله‌ای را برای تشخیص بهتر و مقایسه داده‌ها درک می‌کنند. برای داده‌های جمع‌آوری شده نمودار میله‌ای رسم کرده و با توجه به نمودار رسم شده به سؤالات پاسخ می‌دهند.

اهداف درس اول

- در مورد علم آمار، جمع‌آوری داده‌ها و لزوم استفاده از آمار توضیح دهند.
- داده‌ها را در جدول داده‌ها سازماندهی کنند.
- برای داده‌های آماری نمودار میله‌ای رسم کنند و به سؤالات مربوط به آن پاسخ دهند.

ورود به مطلب

علم آمار علم جمع‌آوری اطلاعات، سازماندهی و بررسی آنهاست. اطلاعات جمع‌آوری شده را داده‌های آمار می‌گویند. اطلاعات عددی به دست آمده، داده نامیده می‌شود. قبل از ورود به کلاس روزنامه‌های موجود را بررسی کنید و یک نمونه اطلاعات را که به صورت جدول داده‌ها و نمودار آمده است، به کلاس نشان دهید. از دانش‌آموزان بخواهید کاربردهایی از آمار را در اطراف خود مثال بزنند.

توصیه‌های آموزشی

— درباره مفید بودن چوب خط در کلاس بحث کنید. درباره تعداد دسته‌ها در هر بررسی آماری در کلاس بحث کنید. به دانش‌آموزان توصیه کنید داده‌ها را از کوچکتر به بزرگتر مرتب کنند. دانش‌آموزان را با علم آمار، مفهوم داده در این علم و احساس نیاز به جمع‌آوری داده‌ها آشنا کنید. سعی کنید سختی کار با داده‌های خارج جدول داده‌ها، برای دانش‌آموزان ملموس شود، به عبارت دیگر پیدا کردن کمترین، بیشترین و... در بین داده‌های منظم نشده در جدول داده‌های تنظیم نشده کار مشکل و کم دقتی است. در مورد هر سؤال به کاربرد و فایده جمع‌آوری اطلاعات اشاره گردد.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

از دانش‌آموزان بخواهید در مورد موضوع خاصی از دوستان خود نظر خواهی کنند و داده‌ها را در یک جدول ثبت کنند.

سازماندهی داده‌ها

چون حجم یا اندازه اکثر جامعه‌های تحقیقی بسیار بزرگ است، بنابراین اندازه‌گیری ویژگی مورد پژوهش برای تک تک افراد یا عناصر جامعه غیر ممکن است. به عنوان مثال، اندازه‌گیری قد همه دانش‌آموزان مدارس ابتدایی شهر تهران غیر عملی است و یا به وقت و هزینه زیاد نیاز دارد. خوشبختانه به طور معمول اندازه‌گیری ویژگی مورد پژوهش برای تک تک اعضای جامعه ضروری نیست. بلکه کافی است تا نمونه‌ای از جامعه انتخاب و اندازه‌گیری شود و بر اساس یافته‌های حاصل از نمونه، این نتایج به کل جامعه تعمیم داده شود.

نمونه عبارت است از زیر جامعه‌ای که از کل جامعه انتخاب می‌شود و معرف آن است.

سرشماری یک نوع روش جمع‌آوری آماری است در این روش ابتدا فرم‌های مخصوصی آماده می‌شود که در آن اطلاعات مورد نیاز ثبت خواهد شد. در این روش به تک تک افراد جامعه آماری مراجعه می‌شود و از تک تک افراد اطلاعات مربوطه پرسیده و ثبت می‌شود.

توصیه‌های آموزشی

— دانش‌آموزان می‌توانند با استفاده از نرم افزار Excel جدول داده‌ها را رسم کنند. اگر بخواهید عدد ۶ را با چوب خط نمایش دهید، می‌دانید که عدد ۶ از ۵ و ۱ تشکیل شده است بنابراین برای نمایش عدد ۶ از یک چوب خط ۵ تایی و یک چوب خط تکی

استفاده کنید و یا عدد ۱۰ از دو تا چوب خط ۵ تایی تشکیل شده است. از دانش آموزان بخواهید در این مورد اظهار نظر کنند که کدام سؤالات را با جدول داده ها بهتر می توان جواب داد و کدام سؤالات را با نمودار میله ای. اگر مقدار و نسبت یک موضوع را می خواهند جدول داده ها مناسب تر است و اگر در مقایسه چند قسمت می خواهند نتیجه ای را بیان کنند نمودار میله ای کمک بهتری است.

فعالیت



فعالیت های زیر جهت افزایش مهارت در دانش آموزان توصیه می شود.

داده های جمع آوری شده به صورتی هستند که شمردن، مقایسه و بررسی آنها مشکل است. اولین قدم این است که داده ها را در جدول داده ها سازماندهی کنید. برای این که اطلاعات به دست آمده را راحت تر بررسی کنید آنها را در جدول (به صورت زیر) می نویسید. برای سر شماری داده ها از چوب خط استفاده کنید؛ به این ترتیب که تک تک داده ها توسط یک نفر خوانده شود و نفر بعدی برای هر داده در زیر رنگ آن یک چوب خط (خط مایل) بکشد. زمانی که می خواهید چوب خط پنجم را رسم کنید، آن را به صورت یک خط کج روی چهار چوب خط قبلی بکشید. تعداد رنگ های جدول اول ۶ مورد و تعداد رنگ های جدول دوم ۳ مورد است. چون تعداد رنگ های دو جدول با هم برابر نیستند پس در هنگام نظرخواهی از دانش آموزان تعداد فراوانی های جدول اول (به علت تنوع رنگ ها) با جدول دوم متفاوت خواهد شد زیرا دانش آموزان می توانند از میان رنگ های بیش تری انتخاب کنند پس نظرهای آنها در بین تعداد رنگ های بیش تری تقسیم می شود. پس آمار رنگ های جدول دوم با جدول اول متفاوت است.

نمودار

برای مقایسه و بررسی داده های آماری از انواع نمودارها استفاده می کنند. هر نمودار با توجه به موضوعی که جمع آوری شده است و نوع اطلاعات به دست آمده کارایی دارد. برای مثال نمودار میله ای جهت مقایسه تعداد، پیدا کردن بیشترین و کمترین در یک قسمت به کار می رود. در حال حاضر نرم افزارهای زیادی برای رسم نمودارها وجود دارند. آن چه اهمیت دارد رسم نمودار نیست بلکه انتخاب نمودار مناسب برای موضوع مورد نظر و هم چنین بررسی و تغییر نمودار و استخراج نتایج مناسب برای تصمیم گیری هاست.

توصیه های آموزشی

— در مورد هر سؤال به کاربرد و فایده جمع آوری اطلاعات اشاره گردد. از دانش آموزان بخواهید در این مورد اظهار نظر کنند که کدام سؤالات را با جدول داده ها بهتر می توان جواب داد و کدام سؤالات را با نمودار میله ای. اگر مقدار و نسبت یک موضوع را می خواهند جدول داده ها مناسب تر است و اگر در مقایسه چند قسمت می خواهند نتیجه ای را بیان کنند نمودار میله ای کمک بهتری است. توجه داشته باشید رسم نمودار بدون بررسی و تحلیل نتایج عملاً هیچ توانایی جدیدی به دانش آموز نمی دهد بنابراین سعی کنید در طول این درس نحوه استفاده از اطلاعات را نیز به دانش آموزان منتقل کنید.

— بهترین روش برای توسعه این درس بحث در مورد نحوه تحلیل داده هاست، به عبارت دیگر اطلاعاتی را به دانش آموزان بدهید و از آنها بخواهید آن را بررسی کنید و نتیجه گیری و تحلیل نمایید و مشخص کنید این اطلاعات چه نکاتی را برای ما بیان می کند. در کتاب درسی دیگر خود یا روزنامه و مجلات جست و جو کنید و نمودارهای آماری را پیدا کنید. هر دانش آموز یک نمودار را به کلاس بیاورد و در مورد آن توضیح دهد و بگوید که چه چیزی از مشاهده این نمودار متوجه شده است.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

برای درک مفهوم استفاده از نمودار و کاربرد آن بهتر است دو نوع نمودار را با یک دیگر به شرح زیر مقایسه کنند.

نمودار اول دارای سه رنگ و ۳۳ داده:

- ۱- سه داده را بررسی و مقایسه می‌کند زیرا نظر همه دانش‌آموزان در مورد رنگ مورد علاقه شان با محدودیت (انتخاب رنگ از بین سه رنگ تعیین شده) پرسیده شده است.
- ۲- چون تعداد رنگ‌ها محدود است، تصمیم‌گیری آسان‌تر است.
- ۳- پراکندگی داده‌ها کم است.
- ۴- سازماندهی و بررسی داده‌ها (به علت محدود بودن داده‌ها) با سرعت بیشتری انجام می‌شود.
- ۵- و ...

نمودار دوم دارای ۵ رنگ و ۳۳ داده:

- ۱- شش داده را بررسی و مقایسه می‌کند زیرا نظر همه دانش‌آموزان در مورد رنگ مورد علاقه شان بدون محدودیت پرسیده شده است.
 - ۲- چون تعداد رنگ‌ها زیاد است، تصمیم‌گیری سخت‌تر است.
 - ۳- پراکندگی داده‌ها زیاد است.
 - ۴- سازماندهی و بررسی داده‌ها (به علت نامحدود بودن داده‌ها) با سرعت کمتری انجام می‌شود.
 - ۵- و ...
- نمودار اول برای مقایسه راحت‌تر است زیرا تعداد داده‌های آن کمتر است مقایسه تعداد داده‌ها (میل‌ها)، پیدا کردن بیشترین و کمترین داده در آن راحت‌تر است و ...
- نمودار دوم اطلاعات را دقیق‌تر می‌دهد زیرا نظر شخصی همه دانش‌آموزان پرسیده شده است، چون تعداد داده‌های آن بیشتر است اطلاعات بیشتر و دقیق‌تری را می‌دهد و ...

میانگین

از دانش‌آموزان بخواهید درک خود را از مفهوم معدل بیان کنند. این بحث را در کلاس به خوبی هدایت کنید. دانش‌آموزان ذهنیت‌های مختلفی درباره مفهوم معدل دارند که شنیدن آن برای همه جالب خواهد بود. یک سیستم ارزشیابی نمره الف - ب - ج - د است. از دانش‌آموزان بخواهید برای معدل‌گیری در این سیستم راه حلی پیشنهاد کنند.

متوسط بارندگی در یک ماه یعنی میانگین میزان بارندگی در تمام روزهای یک ماه. برای محاسبه متوسط بارندگی در یک ماه باید میزان بارندگی تک تک روزهای یک ماه را باهم جمع کنید و سپس بر تعداد روزهای ماه تقسیم کنیم. به طور مثال اگر متوسط بارندگی در ماه آذر را بخواهیم. میزان بارندگی تک تک روزهای ماه آذر (۳۰ مورد) را باهم جمع می‌کنیم و سپس حاصل را بر ۳۰ (تعداد روزهای ماه آذر) تقسیم می‌کنیم. بلندترین میله نمودار بیش‌ترین مقدار بارندگی کوتاه‌ترین میله نمودار کمترین مقدار بارندگی را نشان می‌دهد.

توصیه‌های آموزشی

— از دانش‌آموزان بخواهید با جست و جو در روزنامه‌ها و مجلات، اطلاعاتی را که با میانگین بیان شده‌اند را در کلاس ارائه

دهند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

متوسط بارندگی در یک هفته یعنی میانگین میزان بارندگی در تمام روزهای یک هفته. بنابراین هر روز به اخبار گوش کنید و میزان بارندگی شهر یا استان خود را یادداشت کنید. این کار را به مدت یک هفته انجام دهید سپس متوسط بارندگی در یک هفته در شهر یا استان خود را محاسبه کنید و نمودار آن را رسم کنید.

درس دوم

نمودار و تعبیر نتایج

نگاه کلی به درس دوم

در این درس دانش آموزان با نمودار خط شکسته آشنا می‌شوند و کاربرد آن را برای مقایسه تغییرات داده‌ها درک می‌کنند. با توجه به تقریب مورد نظر جدول داده‌های تقریبی را تشکیل می‌دهد. با توجه به داده‌های تقریبی نمودار تصویری مناسب را رسم کند کاربرد نمودار دایره‌ای را برای نشان دادن جز از کل داده‌ها و یا سهم هر بخش به صورت درصد را درک کند. با توجه به جدول داده‌ها نمودار مورد نظر را رسم می‌کند. با توجه به نمودار رسم شده به سؤالات پاسخ دهد.

اهداف درس دوم

- برای داده‌های آماری نمودار خط شکسته رسم کنند و به سؤالات مربوط به آن پاسخ دهند.
- برای داده‌های تقریبی نمودار تصویری رسم کنند و به سؤالات مربوط به آن پاسخ دهند.
- برای داده‌های آماری نمودار دایره‌ای رسم کنند و به سؤالات مربوط به آن پاسخ دهند.

ورود به مطلب

نمودار خط شکسته برای نمایش تغییرات کاربرد دارد. بنابراین در موضوعاتی که تغییرات اهمیت دارد از این نمودار استفاده می‌شود. برای مثال تغییرات در بازارهای مالی مثل قیمت طلا، نفت، سهام و... از این نمودار استفاده می‌شود. با نصب نمودارهای خط شکسته در ابتدای شروع درس به همراه تصاویری چون نوار قلب و چیزهای مشابه آن به دیوار یا تخته کلاس باعث ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان شوید. از دانش‌آموزان بخواهید قبل از انجام فعالیت در مورد آب و هوای شهر مورد نظر با توجه به جدول داده‌ها، نظرهای خود را بیان کنند. سپس فعالیت کتاب را انجام دهند. از دانش‌آموزان بخواهید در مورد مزایا و معایب این نمودار نظر بدهند و احساسات خود را بیان کنند.

توصیه‌های آموزشی

– تمیزی کار و استفاده از خط کش در رسم نمودار خط شکسته می‌تواند در نتیجه‌گیری بهتر دانش‌آموزان مؤثر باشد، سعی کنید حتماً این نکته را به دانش‌آموزان تذکر دهید.

– به کمک رایانه و با استفاده از نرم‌افزارهایی چون Spss، Excel و... می‌توان نمودارهای مختلفی را رسم کرد. در صورت توانایی دانش‌آموزان جهت استفاده از این نرم‌افزارها، امکان کار با این نرم‌افزارها را در کلاس توصیه کنید.

نمودار تصویری

گاهی اوقات به جای داده‌های واقعی از مقدار تقریبی آنها استفاده می‌کنیم. در برنامه ریزی‌های کلان نیاز به عدددهای واقعی و دقیق نداریم. برای مثال مقدار تولید گندم یک استان را به صورت چند هزار تن بیان می‌کنند یعنی مقدار کمتر از ۱۰۰۰ تن یا یک میلیون کیلوگرم در آن بررسی اهمیت ندارد. در نمودار تصویری **نیازمندیم واحدی برای نمایش** انتخاب کنیم. در نمودار تصویری نیازمندیم براساس واحد انتخاب شده اطلاعات جدول داده‌های خود را تقریب بزنیم (براساس نوع اطلاعات و نحوه استفاده از آن تقریب را انتخاب می‌کنیم). موضوعات مورد نظر را در یکی از محورها می‌نویسیم و به تعداد لازم مقابل آن علامت مربوطه را رسم می‌کنیم، توجه داشته باشید که رسم منظم و با فاصله یکسان آن بسیار اهمیت دارد. در برنامه‌ریزی‌های کلان که نیاز به عدددهای واقعی و دقیق نداریم، زمانی که به جای داده‌های واقعی از مقدار تقریبی آنها استفاده می‌کنیم و... از نمودار تصویری برای سازماندهی و بررسی داده‌ها استفاده می‌کنیم.

توصیه‌های آموزشی

– چون وقت در منظم کشیدن این نمودار جز اهداف فعالیت است و نمودار نامنظم کارایی لازم را برای تحلیل اطلاعات نخواهد داشت لذا لازم است وقت کافی در اختیار دانش‌آموزان قرار گیرد تا این فعالیت را به صورت قابل قبولی حل کنند. پس از انجام این فعالیت از دانش‌آموزان بخواهید احساس خود را از این نمودار بیان کنند و نظر خود را نسبت به مزایا و معایب آن و نیز موارد کاربرد آن بیان کنند.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- ۱- ابتدا مقدار تقریبی جمعیت هراستان را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰۰۰ گرد کنید.
مثال: اگر جمعیت یک استان ۳۷۲۴۶۲۰ نفر باشد با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰۰۰ و به روش گرد کردن جمعیت این استان برابر ۴۰۰۰۰۰۰ نفر می‌شود.
- ۲- مانند نمونه با رسم یک  برای هر ۱۰۰۰۰۰۰ نفر نمودار تصویری آن را رسم کنید.
به طور مثال برای رسم نمودار تصویری جمعیت استان مربوط به بند ۲ باید برای این استان تعداد ۴ آدمک رسم کنیم.

ایلام	هرمزگان	خراسان شمالی	البرز	آذربایجان شرقی	استان
۵۵۷۵۹۹	۱۵۷۸۱۸۳	۸۶۷۷۲۷	۲۴۱۲۵۱۳	۳۷۲۴۶۲۰	جمعیت
					مقدار تقریبی

نمودار دایره‌ای

بعضی آمار و اطلاعات جمع‌آوری شده مشخص می‌کند که چگونه یک مقدار مشخص به بخش‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شود. در این موارد می‌توان تقسیم شدن را روی یک شکل مثل دایره نشان داد و سهم هر بخش را با تقسیم دایره مشخص کرد. در نمودار دایره‌ای به طور معمول نسبت و سهم هر بخش را به صورت درصد محاسبه و سپس روی نمودار نمایش می‌دهند.

توصیه‌های آموزشی

– پس از انجام این فعالیت از دانش‌آموزان بخواهید احساس خود را از این نمودار بیان کنند و نظر خود را نسبت به مزایا و معایب آن و نیز موارد کاربرد آن بیان کنند.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

چگونه در صد مربوط به هر چیز به طور مثال نوع کتاب را به دست می‌آورید؟
ابتدا مجموع کل کتاب‌ها را محاسبه می‌کنیم. در صد هر یک از کتاب‌ها را با کمک جدول تناسب یا هر روش دل‌خواه دیگر محاسبه می‌کنیم. درصد محاسبه شده را به صورت تقریبی محاسبه می‌کنیم. درصد را با کسری به مخرج ۱۰ تقریب می‌زنیم. دایره‌ای رسم می‌کنیم، آن را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. با توجه به کسرهای تقریبی قسمت‌های دایره را رنگ می‌کنیم.

حل مسئله: راهبرد حدس و آزمایش

نگاه کلی

دانش‌آموزان در این درس رابطه بین اعداد و اشکال را کسب می‌کنند و از آن در حل مسئله‌ها استفاده می‌کنند. در این درس دانش‌آموزان مهارت و توانایی به کارگیری راهبرد حدس و آزمایش در حل مسئله‌ها می‌آموزند. بعضی از مسئله‌ها روش و راه حل مستقیم ندارند و یا رسیدن به جواب از روش‌های معمول طولانی‌تر و دشوار است اما می‌توان با یک روش منطقی و منظم جواب مسئله را با حدس زدن و آزمایش پیدا کرد.

اهداف

- آشنایی دانش‌آموزان با راهبرد حدس و آزمایش برای حل مسئله.
- درک کاربرد راهبرد حدس و آزمایش و توانایی به کارگیری آن در حل مسئله.

توصیه‌های آموزشی در حل مسئله با راهبرد حدس و آزمایش

- در حل بعضی از مسئله‌های ریاضی، حدس و آزمایش می‌تواند مسئله را ساده کند.
- الگوهای عددی شامل رابطه بین اعداد و الگوهای هندسی شامل رابطه بین اشکال است.
- دانش‌آموزان با فعالیت‌های دست‌ورزی می‌توانند رابطه‌های بین بعضی از اشکال هندسی را بهتر درک کنند.
- معلم بایستی راهبرد الگویابی را همراه با حل مسئله به کمک دانش‌آموزان توضیح دهد. سپس با حل مسائل متنوع و با استفاده از این راهبرد، دانش‌آموزان توانایی به کارگیری از آن را در حل مسائل می‌آموزند.
- به دانش‌آموزان آموزش دهید که حدس‌ها، بررسی، آزمایش و نتیجه‌گیری خود را ثبت کنند.
- به دانش‌آموزان آموزش دهید که حدس‌های خود را منطقی‌بزنند، یعنی پس از بررسی و نتیجه‌گیری حدس اول خود، حدس دوم را براساس آن تعیین کنند نه این‌که بدون منطق و دلیل حدس‌های پراکنده بزنند تا شاید یکی از آنها درست از کار درآید.
- برای حل مسئله با راهبرد حل مسئله ساده‌تر بهتر است مراحل فهمیدن مسئله – انتخاب راهبرد – حل مسئله – بازگشت به عقب را طی کنید.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

سؤال مسئله ۱ صفحه ۱۱۰: در یک مزرعه ۲۰ مرغ و گاو وجود دارد. تعداد پاهای آنها روی هم ۵۶ عدد است. در این

مزرعه چند مرغ و چند گاو وجود دارد؟

نکته مسئله ۱ صفحه ۱۱۰:

۱- این مسئله را در فصل اول با روش رسم شکل حل کردید. حالا با راهبرد حدس زدن، پاسخ مسئله را پیدا می‌کنیم.

۲- جدول زیر مراحل حدس زدن و نحوه آزمایش کردن و نتیجه‌گیری منطقی برای مرحله بعدی را نشان می‌دهد.

همچنین آموزش می‌دهد که چگونه حدس‌ها و آزمایش‌های خود را برای رسیدن به جواب بنویسید.

نتیجه‌گیری	آزمایش کردن	تعداد گاو	تعداد مرغ	
پس باید تعداد گاوها را کم کرد.	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	۱	۱۰	حدس اول
نتیجه‌گیری	آزمایش کردن	۹	۱۱	حدس دوم

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ۱ صفحه ۱۱۰:

فهمیدن مسئله:

۱- عبارتهایی مثل تعداد مرغ و گاو و تعداد پاهای آنها چه اطلاعاتی به شما می‌دهد؟

۲- مسئله از شما چه می‌خواهد؟ (تعداد مرغ‌ها و گاوها مزرعه)

۳- آیا می‌توانید برای جواب درست، محدوده‌ای تعیین کنید؟ (بله کمتر از ۲۰ تا)

انتخاب راهبرد: با توجه به این که تعداد مرغ‌ها و گاوها یک عدد طبیعی مساوی یا کمتر از ۲۰ است. می‌توانیم با حدس زدن

و در نظر گرفتن تعداد مختلف مرغ‌ها و گاوها جواب را پیدا کنیم.

حل مسئله: برای بهتر نوشتن جواب‌ها و حدس‌های خود، می‌توانیم از جدول زیر استفاده کنیم.

نتیجه‌گیری	آزمایش کردن	تعداد گاو	تعداد مرغ	
پس باید تعداد گاوها کم شود.	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	۱۰	۱۰	حدس اول
پس باید تعداد گاوها کم شود.	$11 \times 2 + 9 \times 4 = 58$	۹	۱۱	حدس دوم
این جواب صحیح است.	$12 \times 2 + 8 \times 4 = 56$	۸	۱۲	حدس سوم

چگونه با حدس زدن تعداد مرغ‌ها می‌توانیم تعداد گاوها را به دست آوریم؟ (تعداد مرغ‌ها و گاوها ۲۰ تا است پس بعد از حدس

زدن تعداد مرغ‌ها، تعداد گاوها را طوری انتخاب می‌کنیم که مجموع آن دو عدد ۲۰ شود.)

بازگشت به عقب:

۱- آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد؟ (بله)

آیا پاسخ شما منطقی است و برای تعداد مرغ‌ها و گاوها درست به نظر می‌رسد؟ (بله)

مفهوم احتمال

نگاه کلی به درس سوم

در این درس دانش آموزان با احتمال پیشامدهای گوناگون آشنا می‌شوند و احتمال پیشامدهای گوناگون را با یک دیگر مقایسه می‌کنند. آنان می‌آموزند که احتمال اتفاق افتادن پیشامد را بین ۰ تا ۱ انتخاب کنند.

اهداف درس سوم

- آشنایی با مفهوم احتمال
- شناخت احتمال‌های قطعی، ممکن و غیر ممکن
- اگر پیشامدی قطعاً اتفاق بیفتد آن را با عدد ۱ و عدم امکان را با عدد صفر نشان می‌دهیم.
- در بعضی از مواقع احتمال اتفاق افتادن دو پیشامد مساوی است.

ورود به مطلب

در هر مورد اتفاق افتادن پیشامد را مانند نمونه بین $\circ$ تا 1 انتخاب کنید، $\circ$ را به پدیده‌های غیر ممکن و 1 را به پدیده‌های قطعی نسبت می‌دهیم. احتمال را با یک کسر کوچک‌تر از یک بیان می‌کنیم. برای این که امکان وقوع یک پیشامد را در ریاضی مشخص کنیم از کلمه احتمال استفاده می‌کنیم. بعضی از پیشامدها امکان اتفاق افتادن ندارند و گاهی بعضی از پیشامدها به طور قطع اتفاق می‌افتد. در ریاضیات تلاش می‌کنیم تا احتمال را با یک کسر کوچک‌تر از یک بیان کنیم تا به این ترتیب پیش‌بینی بیش‌تری از آن اتفاق داشته باشیم. در بعضی از مواقع احتمال اتفاق افتادن دو پیشامد مساوی است. اصطلاحات شانس و احتمال در توصیف پدیده‌هایی به کار می‌روند که نمی‌توان نتیجه آنها را پیش از وقوع به طور قطع تعیین کرد زیرا نسبت به آن چه رخ خواهد داد اطمینان نداریم. شاید مهم‌ترین کاربرد احتمال کمک به تصمیم‌گیری در جریان زندگی روزمره است. مثلاً اگر احتمال زیادی بدهید که باران خواهد بارید و قصد بیرون رفتن از منزل را داشته باشید، با خود یک چتر یا بارانی همراه می‌برید. پدیده‌هایی که می‌توان نتیجه آنها را پیش از وقوع به طور قطع تعیین کرد، پدیده‌های قطعی و پدیده‌هایی که نمی‌توان نتیجه آنها را پیش از وقوع به طور قطع معین نمود، پدیده‌های تصادفی نامیده می‌شود.

توصیه‌های آموزشی

— یکی از جملاتی که در اخبار یا روزنامه و مجلات دیده یا شنیده در آن عبارت «احتمال دارد» استفاده شده است را بنویسید و با دوستانتان در باره آن صحبت کنید.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

از دانش‌آموزان بخواهید یک چرخنده درست کنند و احتمال آمدن هر رنگ را بیان کنند. چرخنده‌های خود را با دوستانشان عوض کنند و حالا احتمال آمدن هر رنگ را بیان کنند. پاسخ‌های خود را با دوستانشان مقایسه کنند. درباره پاسخ‌های خود دلیل بیاورند.

درس چهارم

احتمال تجربی و ریاضی

نگاه کلی به درس چهارم

دانش‌آموزان در این درس تجربه کردن پیشامدها را می‌آموزند. ثبت نتایج به دست آمده را از راه تجربه می‌آموزند، مقایسهٔ احتمال‌های به دست آمده را به دوروش ریاضی و تجربی محاسبه می‌کنند.

اهداف درس چهارم

- درک عمیق‌تر مفهوم احتمال (احتمال تجربی و احتمال ریاضی)
- اندازه‌گیری احتمال به روش محاسبه

ورود به مطلب

بسیاری از پدیده‌ها و اتفاقات در زندگی روزانه شانس و یا تصادفی هستند. یعنی نتیجه آنها را از پیش به طور قطع نمی‌دانیم اما شاید بتوانیم نتایج ممکن را فهرست کنیم. با مشاهده و بررسی تعداد دفعاتی که هر کدام از آن نتایج رخ می‌دهد، می‌خواهیم به پیشامدها، عددهایی را نسبت دهیم که معرف شانس یا احتمال وقوع آنها هستند. در علم آمار به عملی که برای جمع‌آوری داده‌ها صورت می‌پذیرد، آزمایش می‌گوییم. اگر نتیجه آزمایش را از پیش نتوان به طور قطع معین کرد، آن را آزمایش تصادفی می‌نامیم. آزمایش پرتاب سکه یک آزمایش تصادفی است زیرا پیش از پرتاب سکه نمی‌توان به طور قطع معین کرد که رو یا پشت خواهد آمد. با این حال، تمام نتایج ممکن در این آزمایش همین دو تا هستند. آن طرفی از سکه را که عدد روی آن نوشته شده است رو و طرف دیگر را پشت می‌نامیم. در هر بار پرتاب سکه فقط دو نتیجه ممکن وجود دارد و شانس ظاهر شدن آنها یکسان است یعنی احتمال رو یا پشت آمدن در پرتاب سکه با هم برابر و مساوی $\frac{1}{2}$ است. در هر بار پرتاب تاس، ۶ نتیجه ممکن برای اعدادی که ظاهر می‌شوند وجود دارد که شانس ظاهر شدن آنها نیز برابر است. مثلاً احتمال مشاهده عدد ۳ در پرتاب یک تاس $\frac{1}{6}$ است. با استفاده از احتمال ریاضی، می‌توان احتمال وقوع پیشامد را در دراز مدت به دو طریق حدس زد: ۱- اگر بتوانیم احتمال ریاضی یک پیشامد را معین کنیم، می‌توانیم از آن برای اندازه‌گیری احتمال پیشامدها استفاده کرد. ۲- اگر نتوانیم احتمال ریاضی یک پیشامد را معین کنیم، باید آزمایش را انجام دهیم و با تعیین جدول (فراوانی نسبی) وقوع پیشامدها، احتمال وقوع آن را تخمین بزنیم.

توصیه‌های آموزشی

- برای هر گروه یک کیسه ریاضی تهیه کنید، تا هر گروه عملاً احتمال‌های تجربی را نشان دهند.
- زمان کافی جهت انجام تمرین‌ها را به دانش‌آموزان بدهید تا با حوصله و دقت جدول احتمالات را کامل کنند.
- به دانش‌آموزان اجازه دهید تا جدول‌های خود را با دوستانشان مقایسه کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

فعالیت ۱: در یک کیسه تعدادی مهره قرار دهید به طور مثال:

- ۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز و ۱۰ مهره آبی قرار دارد.
- ۲- پس از هر بار بیرون آوردن مهره از کیسه و یادداشت کردن رنگ آن، دوباره مهره را به کیسه برگردانید.
- ۳- پس از ۱۰ بار بیرون آوردن مهره از داخل کیسه احتمال دارد ۰ تا ۱۰ بار مهره به رنگ آبی بیرون بیاید.
- ۴- پس از ۱۰ بار بیرون آوردن مهره از داخل کیسه احتمال دارد ۰ تا ۱۰ بار مهره به رنگ قرمز بیرون بیاید.
- ۵- اگر چند بار این فعالیت را انجام دهیم احتمال دارد در هر دفعه جدول ما با جدول دفعه قبل متفاوت باشد.
- ۶- اگر چند بار این فعالیت را انجام دهیم احتمال دارد در هر دفعه تعداد رنگ‌های مهره‌های آبی و قرمز که از کیسه بیرون می‌آیند با دفعه قبل متفاوت باشد.

فعالیت ۲: در هر بار پرتاب سکه فقط دو نتیجه ممکن وجود دارد (رو یا پشت) و شانس ظاهر شدن آنها یکسان است یعنی احتمال رو یا پشت آمدن در پرتاب سکه با هم برابر و مساوی $\frac{1}{2}$ است. و ارتباطی به نتیجه دفعات قبلی ندارد.

حالا سکه‌ای را بردارید و ۱۰ بار آن را بیندازید جدولی را تهیه کنید. و هر دفعه رو یا پشت آمدن سکه را یادداشت کنید. دوباره ۱۰ بار دیگر سکه را بیندازید و نتایج را در جدول دیگری یادداشت کنید. دو جدول را با هم مقایسه کنید و نتایج دو جدول را بررسی کنید. آیا این دو جدول همانند یکدیگر هستند. اگر بار دیگری این فعالیت را انجام دهید، فکر می‌کنید چه نتیجه‌ای، حاصل خواهد شد؟

فعالیت ۳: چرخنده‌ای تهیه کنید و آن را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنید. قسمت‌های آن را به دلخواه رنگ کنید. احتمال آمدن کدام رنگ بیشتر است. حالا چرخنده را بچرخانید. ۱۰ بار این کار را انجام دهید. جدولی را تهیه کنید و نتایج را در جدول ثبت کنید. آیا نتایج حاصل با حدس شما یکی بود؟ دلایل خود را توضیح دهید؟

فعالیت ۴: در یک کیسه تعدادی مهره قرار دهید به طور مثال:

۱- در این کیسه ۴ مهره آبی و ۱ مهره قرمز قرار دارد.

۲- پس از هر بار بیرون آوردن مهره از کیسه و یادداشت کردن رنگ آن، دوباره مهره را به کیسه برگردانید.

۳- پس از ۱۰ بار بیرون آوردن مهره از داخل کیسه احتمال دارد ۰ تا ۱۰ بار مهره به رنگ آبی بیرون بیاید.

۴- پس از ۱۰ بار بیرون آوردن مهره از داخل کیسه احتمال دارد ۰ تا ۱۰ بار مهره به رنگ قرمز بیرون بیاید.

۵- اگر چند بار این فعالیت را انجام دهیم احتمال دارد در هر دفعه جدول ما به جدول دفعه قبل متفاوت باشد.

۶- اگر چند بار این فعالیت را انجام دهیم احتمال دارد در هر دفعه تعداد رنگ‌های مهره‌های آبی و قرمز که از کیسه بیرون می‌آیند با دفعه قبل متفاوت باشد.

۷- بنابراین در هر دفعه آزمایش احتمال دارد که نسبت‌ها با دفعه قبل متفاوت باشد زیرا در هر دفعه احتمال دارد که تعداد رنگ‌های مهره‌های آبی و قرمز که از کیسه بیرون می‌آیند با دفعه قبل متفاوت باشد.

اگر تعداد دفعات آزمایش را زیاد کنیم احتمال تجربی به احتمال ریاضی نزدیک و نزدیک تر می‌شود.

فعالیت ۵:

۱- در هر بار پرتاب تاس، ۶ نتیجه ممکن، برای اعدادی که ظاهر می‌شوند وجود دارد که شانس ظاهر شدن آنها نیز برابر است. مثلاً احتمال مشاهده عدد ۳ در پرتاب یک تاس $\frac{1}{6}$ است.

۲- تاس را چهار بار می‌اندازیم پس تعداد کل احتمالات چهار می‌باشد. بنابراین مخرج کسر ما چهار است.

۳- در هر بار پرتاب کسر یک عدد خواهد آمد. بنابراین چهار عدد (داده) خواهد آمد که این چهار عدد می‌تواند تکراری یا غیر تکراری باشد اما در کل چهار پیشامد می‌آید که مجموع این داده‌ها چهار چهارم خواهد بود.

۴- صورت کسر چهار و مخرج آن نیز چهار است بنابراین این کسر برابر یک می‌باشد.

۵- اگر تعداد دفعات آزمایش را زیاد کنیم احتمال تجربی به احتمال ریاضی نزدیک و نزدیک تر می‌شود.

فعالیت ۶: یک سکه بردارید و احتمال ریاضی و تجربی آمدن رو یا پشت آن را در ۲۰ بار پرتاب بیان کنید.

۱- احتمال ریاضی آمدن رو در یک بار پرتاب سکه $\frac{1}{2}$ است پس اگر سکه را ۲۰ مرتبه بیندازیم احتمال ریاضی آمدن رو $\frac{1}{2}$ است.

۲- احتمال ریاضی آمدن پشت در یک بار پرتاب سکه $\frac{1}{4}$ است. پس اگر سکه را 20° مرتبه بیندازیم احتمال ریاضی آمدن پشت $\frac{1}{2}^\circ$ است.

۳- در احتمال تجربی در 20° بار پرتاب احتمال آمدن رو یا پشت از 0° تا 20° وجود دارد.

۴- پس از انجام تجربی فعالیت، جدول و نسبت رو آمدن به پشت آمدن سکه، از دانش آموزی به دانش آموز دیگر متفاوت است.

۵- می دانیم که اگر تعداد دفعات آزمایش را زیاد کنیم احتمال تجربی به احتمال ریاضی نزدیک و نزدیک تر می شود پس نسبت

رو آمدن به $\frac{1}{4}$ و نسبت پشت آمدن نیز به $\frac{1}{4}$ نزدیک می شود.

۶- بنابراین نسبت رو آمدن یا پشت آمدن سکه به کسر $\frac{1}{4}$ یا $\frac{1}{2}^\circ$ نزدیک خواهد شد.

اندازه‌گیری سطح و حجم

فصل

۷



درس اول

مقایسه و اندازه‌گیری سطح

نگاه کلی به درس اول

در این درس دانش‌آموزان اندازه‌گیری تقریبی یک سطح را با واحدهای گوناگون انجام می‌دهند. برای سطح‌های گوناگون واحد مناسب انتخاب می‌کنند. تصور ذهنی درست از واحدهای مختلف سطح را کسب می‌کنند. تبدیل واحدهای سطح به یک دیگر را می‌آموزند.

اهداف درس اول

- شناخت عمیق‌تر مفهوم سطح
- اندازه‌گیری تقریبی یک سطح با واحدهای گوناگون و مقایسهٔ پاسخ‌ها
- معرفی دسی متر
- شناخت واحدهای استاندارد سطح
- انتخاب واحد مناسب برای سطح‌های مختلف
- به کارگیری جدول تناسب برای تبدیل واحدهای سطح

ورود به مطلب

برای مقایسهٔ سطح‌ها به واحد اندازه‌گیری نیاز داریم. هر سطحی را می‌توان به عنوان واحد اندازه‌گیری به کار برد. هدف این درس یادآوری مفهوم مساحت است. دانش‌آموزان باید روش مناسبی برای شمارش تعداد واحدها پیدا کنند و تعداد واحدهای هر شکل را به صورت تقریبی به دست آورند. برای این که هر سطح اندازهٔ معینی داشته باشد و برای همه شناخته شده باشد، واحدهای استاندارد را به کار می‌بریم. واحد استاندارد اندازه‌گیری سطح، متر مربع است. برای دقیق‌تر شدن اندازه‌گیری‌ها از واحدهای کوچکتر مانند دسی متر مربع، سانتی متر مربع و میلی متر مربع استفاده می‌کنیم.

توصیه‌های آموزشی

– دانش‌آموزان ممکن است روش‌های مختلفی برای شمارش انتخاب کنند. بررسی نظرات دانش‌آموزان در این مورد، برای کلاس بسیار مفید است. پاسخ‌های متفاوت دانش‌آموزان به سؤال‌های تمرین‌ها باید در کلاس مورد توجه قرار گیرد. داشتن عکس‌العمل مناسب در برابر همهٔ پاسخ‌ها، انگیزهٔ دانش‌آموزان را برای شرکت در بحث‌های کلاسی تقویت خواهد کرد. برای دانش‌آموزان توضیح دهید که اصولاً هر شکل مسطحی می‌تواند واحد اندازه‌گیری مساحت باشد. ولی مشکل این انتخاب در پوشاندن کامل سطح با آن واحد است.

– در اندازه‌گیری سطح با واحدهای گوناگون دانش‌آموزان با این چالش روبه‌رو می‌شوند که به راحتی نمی‌توان کل سطح را پوشاند و اگر بخواهیم همهٔ سطح را بپوشانیم قسمت‌هایی از واحدها بیرون از سطح شکل قرار می‌گیرد. کنار هم قرار دادن واحدها کمی مشکل است. بنابراین در بعضی از موارد مجبور می‌شوند که واحدها را برعکس قرار دهند تا بتوانند سطح شکل را بهتر بپوشانند. در بعضی از موارد مجبور می‌شوند که واحدها را نصف کنند و بعضی قسمت‌ها را با نصف واحد یا قسمتی از واحد بپوشانند. توصیه می‌شود، قسمت‌های باقی مانده که با واحد کامل پوشیده نمی‌شود را با کسری از واحد سطح تقریب بزنید و اندازهٔ سطح را هر بار با یک عدد مخلوط بیان کنید.

– برای تبدیل واحدهای سطح به یک دیگر توصیه می‌شود دانش‌آموزان از جدول تناسب استفاده کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

فعالیت ۱ :

- ۱- یک کاغذ پوستی (شفاف) روی شکل اول از سمت راست قرار دهید.
- ۲- شکل (شکل اول از سمت راست) را روی آن بکشید.
- ۳- حالا با قیچی دور تا دور شکل را ببرید.
- ۴- شکل بریده شده را روی شکل دوم قرار دهید.
- ۵- اگر شکل اول داخل شکل دوم قرارگیرد، سطح شکل اول کمتر است، اگر مقداری از شکل اول خارج شکل دوم قرارگیرد، سطح شکل اول بیشتر است و اگر شکل اول روی شکل دوم را به طور کامل بپوشاند، سطح شکل اول برابر سطح شکل دوم است

۶- وقتی شکل اول را روی شکل دوم قرار دهید خواهید دید شکل اول داخل شکل دوم قرار می‌گیرد و سطح کمتری را نسبت به شکل دوم دارد بنابراین شکل دوم از سمت راست سطح بیش‌تری دارد.

فعالیت ۲ :

- ۱- سطح دو شکل را شطرنجی می‌کنیم و با شمارش خانه‌های شطرنجی دو سطح را با یک دیگر مقایسه می‌کنیم.
- ۲- به جای کاغذ پوستی از کاغذ شطرنجی برای مقایسهٔ دوشکل به روش بالا استفاده می‌کنیم.
- ۳- طول و عرض دو شکل را به کمک ابزار (مثلاً خط‌کش) اندازه می‌گیریم و مساحت دوشکل را محاسبه و مقایسه می‌کنیم.
- ۴- یک شکل واحد انتخاب می‌کنیم، تعداد زیادی از این شکل می‌بریم، با قراردادن تعدادی از شکل واحد در داخل شکل‌ها به‌طوری که سطح آنها را بپوشاند و شمارش تعداد واحدها، دو سطح را با یک دیگر مقایسه می‌کنیم.
- ۵- و...

درس دوم

مساحت اشکال هندسی

نگاه کلی به درس دوم

در این درس دانش آموزان اندازه‌گیری سطح شکل‌های هندسی را به کمک صفحه شطرنجی انجام می‌دهند. و نحوه محاسبه مساحت جسم‌های سه بعدی را می‌آموزند.

اهداف درس دوم

- مفهوم مساحت و واحد سطح را درک کند.
- دستور محاسبه مساحت مستطیل، مربع، متوازی الاضلاع، لوزی و ذوزنقه را به دست آورد و با عبارت‌های جبری بیان کند.
- دستور محاسبه مساحت شکل‌های هندسی را در پیدا کردن مساحت شکل‌های هندسی به کار برد.
- درک مساحت دایره از طریق استفاده از مثلث‌های برابر و هم رأس با مرکز دایره.

ورود به مطلب

برای محاسبه مساحت شکل‌های هندسی ابتدا باید طول ضلع‌ها و دیگر اجزای مورد نیاز را اندازه بگیریم. در این اندازه‌گیری می‌توانید از عدد تقریبی استفاده کنید. از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به نتایج به دست آمده و به کمک عبارت جبری، رابطه جبری محاسبه لوزی، دوزنقه، مثلث، متوازی‌الاضلاع، مربع و مستطیل را به دست آورند سپس با کمک این رابطه‌ها به حل تمرین‌ها بپردازند.

توصیه‌های آموزشی

— به طریقه نوشتن دانش‌آموزان توجه کنید. از آنها بخواهید ابتدا رابطه جبری مورد نظر خود را بنویسند و سپس مقدار عددی را جایگزین کنند. به دانش‌آموزان نشان دهید که شکل‌های مختلف می‌توانند چندین ارتفاع داشته باشند که محاسبه مساحت با هر کدام از آنها نتیجه یکسان دارد. این موضوع در شکل‌های مثلث و متوازی‌الاضلاع بسیار مورد استفاده است.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

برای محاسبه مساحت شکل‌های هندسی ابتدا باید طول ضلع‌ها و دیگر اجزای مورد نیاز را اندازه بگیریم. در این اندازه‌گیری می‌توانید از عدد تقریبی استفاده کنید. به کمک کاغذ یا مقوا شکل‌های هندسی کتاب را کشیده و مساحت آنها به صورت جبری محاسبه کنند. بار دیگر شکل‌ها را روی صفحه شطرنجی قرار داده و مساحت تقریبی هر شکل را محاسبه کنند. پاسخ‌های محاسبه شده را با یک دیگر مقایسه کنند.

مساحت دایره: دانش‌آموزان در پایه پنجم نحوه مساحت دایره و رابطه مساحت دایره را آموخته‌اند. در کلاس ششم به روش جدیدی از راه محاسبه مساحت مثلث در تعداد مثلث پوشانده شده در سطح دایره مساحت دایره را به طور تقریبی محاسبه می‌کنند.

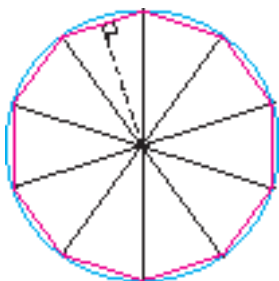
توصیه‌های آموزشی

— از دانش‌آموزان بخواهید یک دایره رسم کنند. سپس آن را به قطعه‌های دلخواه تقسیم کنند و با چینش جدید به یکی از شکل‌های اصلی که مساحت آن قابل محاسبه باشد، تبدیل کنند.

— اگر بخواهیم مقدار مساحت دایره از روش محاسبه مساحت مثلث به اندازه واقعی نزدیک تر باشد توصیه می‌شود که تعداد مثلث را بیشتر کنیم یا مثلث‌های برابر ظریف‌تری را رسم کنیم. با توجه به وضعیت کلاس می‌توانید برای انجام دادن فعالیت از مقوا و قیچی استفاده کنید و شکل‌های رسم شده در کلاس را بسازید.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.



در شکل روبه‌رو طول ضلع و ارتفاع یک مثلث را با خط کش و با تقریب کمتر از $0/1$ (با واحد سانتی‌متر) اندازه بگیرید. با توجه به اندازه‌های به دست آمده مساحت دایره را به دو صورت به دست آورید.

روش اول: $3/14 \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \text{مساحت دایره}$

سانتی‌متر مربع $12/56 = 3/14 \times 2 \times 2 = \text{مساحت دایره}$

روش دوم: $\text{مساحت مثلث} \times 16 = \text{مساحت دایره}$

سانتی‌متر مربع $10/8 = 16 \div (2 \div (1/2 \times 1/8)) = 10 \times (2/16 \div 2) = 10 \times (1/2 \times 1/8) = \text{مساحت دایره}$

زمانی که از روش دوم مساحت دایره را محاسبه می‌کنیم قسمتی از سطح دایره خارج از شکل مثلث‌ها قرار دارد که این قسمت‌ها در محاسبه مساحت دایره منظور نمی‌شوند. بنابراین مقدار محاسبه شده مساحت روش اول با روش دوم اختلاف دارد.

حل مسئله: راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

نگاه کلی

دانش‌آموزان در این درس رابطه بین اعداد و اشکال و استفاده از آن در حل مسئله‌ها را استفاده می‌کنند و مهارت و توانایی به‌کارگیری راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب در حل مسئله‌ها را می‌آموزند. برای حل بعضی از مسئله‌ها می‌توانید همه حالت‌های ممکن را در نظر بگیرید، سپس با توجه به شرایط و موضوعی که در مسئله طرح شده است. حالت‌های نامطلوب یا ناممکن را حذف کنید تا پاسخ مسئله را پیدا کنید. برای نوشتن همه حالت‌های ممکن می‌توانید تفکر نظام‌دار را به کار ببرید. سپس از بین همه حالت‌ها و با توجه به شرایط مسئله، پاسخ را پیدا کنید.

اهداف

- آشنایی دانش‌آموزان با راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب برای حل مسئله.
- درک کاربرد راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب و توانایی به‌کارگیری آن در حل مسئله.

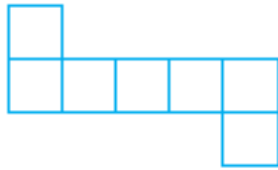
توصیه‌های آموزشی در حل مسئله با راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

- آموزش این راهبرد، دو هدف را دنبال می‌کند. (توصیه ۲ و ۳)
- این راهبرد کمک می‌کند تا از بین پاسخ‌های ممکن با توجه به اطلاعات و دلایل منطقی بتوان پاسخ‌های نادرست احتمالی را حذف کرد و به پاسخ صحیح رسید.
- دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که این راهبرد را در حل مسئله‌ها به کار ببرند. در به‌کاربردن این راهبرد، نصف کردن، یکی از راه‌های خوب است. (مسئله ۲ صفحه ۱۳۰)
- اگر بتوانیم برای پاسخ یک مسئله حالت‌های نامطلوب مختلف زیادی را در نظر بگیریم باید به کمک دلایل منطقی و اطلاعات دیگر مسئله، پاسخ‌های احتمالی را محدود کنیم تا به خواسته‌های مسئله برسیم. پس حذف حالت‌های نامطلوب ما را به خواسته مسئله نزدیک می‌کند.
- برای حذف حالت‌های نامطلوب باید دلایل منطقی داشته باشیم. دانش‌آموزان باید دلایل و روند فکر خود را برای حذف جواب‌های نادرست در مسئله‌ها مشخص کنند و توضیح دهند، این کار بخشی از راه حل مسئله است.

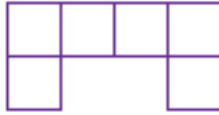
مراحل زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود:

سؤال مسئله ۱ صفحه ۱۳۰: کدام یک از شکل‌های زیر باز شده (گسترده) یک مکعب است؟ توضیح دهید که چرا بقیه

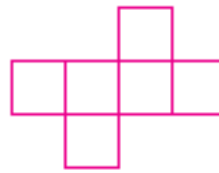
نمی‌توانند پاسخ مسئله باشند. یک دلیل برای هر شکل بنویسید.



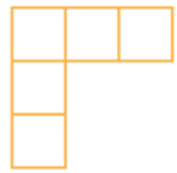
شکل ۴



شکل ۳



شکل ۲



شکل ۱

نکته مسئله ۱ صفحه ۱۳۰ :

- ۱- هر مکعب، شش سطح (وجه) دارد.
- ۲- هر شش سطح (وجه) مکعب با هم برابر است.
- ۳- از این شش سطح (وجه) مکعب، چهار سطح (وجه) دیوارها و دو سطح (وجه) کف و سقف آن را تشکیل می‌دهد. بنابراین گسترده مکعب شامل چهار سطح (وجه)، پشت سرهم یا در یک ردیف و یک سطح (وجه) در بالا و یک سطح (وجه) در پایین است.

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ۱ صفحه ۱۳۰ :

فهمیدن مسئله :

- ۱- مسئله را با بیان خود توضیح دهید.
- ۲- با استفاده از تجسم فضایی و به طور ذهنی، سعی کنید با شکل‌های گسترده، مکعب بسازید.

انتخاب راهبرد :

- ۱- تعداد مربع‌های هر شکل را بشمارید.
- ۲- هر شکلی که تعداد مربع‌های آن برابر شش، نیست را حذف کنید.
- ۳- می‌دانیم که از شش سطح (وجه) مکعب، چهار سطح (وجه) دیوارها و دو سطح (وجه) کف و سقف آن را تشکیل می‌دهد. بنابراین گسترده مکعب شامل چهار سطح (وجه)، پشت سرهم یا در یک جهت و یک سطح (وجه) در بالا و یک سطح (وجه) در پایین است. بنابراین از شکل‌های باقی مانده هر شکلی که این شرایط را ندارد حذف کنید.

حل مسئله : با پاسخ به سؤال‌های زیر حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

- ۱- کدام یک از شکل‌ها از شش مکعب تشکیل نشده است؟ شکل ۱ و ۴.
- ۲- کدام یک از شکل‌های حذف نشده شامل چهار سطح (وجه)، پشت سرهم یا در یک جهت و یک سطح (وجه) در بالا و یک سطح (وجه) در پایین نیست؟ شکل شماره ۳.

بنابراین فقط شکل شماره ۲ باقی ماند و حذف نشد که این شکل حالت مطلوب و پاسخ سؤال است.

بازگشت به عقب

- ۱- آیا با طرح سؤال‌های کمتری می‌توانستید گسترده مکعب مورد نظر را پیدا کنید؟
- ۲- کدام سؤال شما مناسب نبود؟

ادامه سؤال مسئله ۱ صفحه ۱۳۰ :

توضیح دهید که چرا بقیه نمی‌توانند پاسخ مسئله باشند. یک دلیل برای هر شکل بنویسید.

پاسخ پیشنهادی ادامه سؤال مسئله ۱ صفحه ۱۳۰ :

- ۱- شکل شماره ۱ از ۵ مربع تشکیل شده است، می‌دانیم که هر مکعب از شش مربع تشکیل شده است پس با این شکل نمی‌توانیم مکعب بسازیم.
- ۲- شکل شماره ۴ از ۷ مربع تشکیل شده است، می‌دانیم که هر مکعب از شش مربع تشکیل شده است پس با این شکل نمی‌توانیم مکعب بسازیم.
- ۳- شکل شماره ۳ از ۶ مربع تشکیل شده است، می‌دانیم که از شش سطح (وجه) مکعب، چهار سطح (وجه) دیوارها و دو سطح (وجه) کف و سقف آن را تشکیل می‌دهد. بنابراین گسترده مکعب شامل چهار سطح (وجه)، پشت سرهم یا در یک جهت و یک سطح (وجه) در بالا و یک سطح (وجه) در پایین است. بنابراین این شکل شرایط گسترده مکعب را ندارد و آن را حذف می‌کنیم، زیرا دو سطح کف و سقف در یک جهت قرار دارند.
- ۴- شکل شماره ۲ پاسخ مطلوب است. زیرا این شکل از ۶ مربع تشکیل شده است، می‌دانیم که از شش سطح (وجه) مکعب، چهار سطح (وجه) دیوارها و دو سطح (وجه) کف و سقف آن را تشکیل می‌دهد. بنابراین گسترده مکعب شامل چهار سطح (وجه)، پشت سرهم یا در یک جهت و یک سطح (وجه) در بالا و یک سطح (وجه) در پایین است. بنابراین این شکل شرایط گسترده مکعب را دارد و پاسخ مطلوب و صحیح است.

مقایسه و اندازه‌گیری حجم

نگاه کلی به درس سوم

دانش‌آموزان در این درس اندازه‌گیری تقریبی یک حجم با واحدهای گوناگون را می‌آموزند، برای حجم‌های گوناگون واحد مناسب انتخاب می‌کنند، به یک تصور ذهنی درست از واحدهای مختلف حجم پی می‌برند و تبدیل واحدهای حجم به یک‌دیگر را می‌آموزند، سپس مساحت جانبی و مساحت کل حجم‌ها را محاسبه می‌کنند.

اهداف درس سوم

- واحدهای حجم را بشناسد و در محاسبه حجم‌های هندسی به کار برد.
- مساحت جانبی و مساحت کل حجم‌ها را به دست آورد.
- شناخت عمیق‌تر مفهوم حجم
- اندازه‌گیری تقریبی یک حجم با واحدهای گوناگون و مقایسه پاسخ‌ها
- معرفی دسی متر مکعب
- شناخت واحدهای استاندارد حجم
- انتخاب واحد مناسب برای حجم‌های مختلف
- به کارگیری جدول تناسب برای تبدیل واحدهای حجم

ورود به مطلب

با مفهوم گنجایش و حجم در پایه قبل آشنا شده‌اند. و روش محاسبه حجم مکعب و مکعب مستطیل را می‌دانند. اما تاکنون به‌طور تقریبی حجم اشکال را محاسبه نکرده‌اند. برای مقایسه حجم‌ها به واحد اندازه‌گیری نیاز داریم. هر حجمی را می‌توان به عنوان واحد اندازه‌گیری به کار برد.

توصیه‌های آموزشی

— از دانش‌آموزان بخواهید روش‌های مختلف محاسبه حجم را بیان کنند. این کار باعث افزایش قدرت تفکر در دانش‌آموزان می‌شود.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

فعالیت ۱: می‌خواهیم حجم دو تکه سنگ را باهم مقایسه کنیم. با استفاده از لیوان مدرج چگونه می‌توان این کار را انجام

داد؟ توضیح دهید؟

- ۱- در داخل لیوان مدرج مقداری آب می‌ریزیم.
- ۲- عددی را که آب داخل لیوان نشان می‌دهد (حجم آب) را یادداشت می‌کنیم.
- ۳- سنگ اول را داخل لیوان آب می‌اندازیم و عددی را که نشان می‌دهد (حجم آب و سنگ اول) را یادداشت می‌کنیم.
- ۴- مقدار محاسبه شده حجم آب و سنگ اول را از حجم آب کم می‌کنیم تا مقدار حجم سنگ اول را به دست آوریم.
- ۵- سنگ دوم را داخل لیوان آب می‌اندازیم و عددی را که نشان می‌دهد (حجم آب و سنگ دوم) را یادداشت می‌کنیم.
- ۶- مقدار محاسبه شده حجم آب و سنگ دوم را از حجم آب کم می‌کنیم تا مقدار حجم سنگ دوم را به دست آوریم.
- ۷- حالا مقدار محاسبه شده حجم سنگ اول و دوم را باهم مقایسه می‌کنیم.

فعالیت ۲: به چه روش‌هایی می‌توان حجم یک قطعه سنگ را محاسبه کرد؟

۱- لیوان مدرج را پر از آب می‌کنیم. پس از انداختن سنگ‌ها در درون لیوان، مقدار حجم آبی را که سرریز می‌کند (حجم

سنگ) محاسبه می‌کنیم.

- ۲- سنگ‌ها را مدرج می‌کنیم و با محاسبه تقریبی اندازه طول، عرض و ارتفاع آنها، حجم هر سنگ را محاسبه می‌کنیم.
- ۳- یک شکل واحد انتخاب می‌کنیم، تعداد زیادی از این شکل تهیه می‌کنیم، با قراردادن تعدادی از شکل‌های واحد بر روی هم، به‌طوری که تقریباً شکل سنگ‌ها تشکیل شود و شمارش تعداد واحدها، دو حجم را با یک دیگر مقایسه می‌کنیم.
- ۴- و.....

واحد اندازه‌گیری حجم

بیشتر حجم‌ها را می‌توانیم با واحد مکعب بهتر اندازه بگیریم. اگر حجمی را که می‌خواهیم محاسبه کنیم به شکل مکعب مربع، مکعب مستطیل و... باشد با واحد مکعب بهتر می‌توانیم آن حجم را اندازه بگیریم. اگر حجمی را که می‌خواهیم محاسبه کنیم به شکل هرم و... باشد با واحد هرم کوچک بهتر می‌توانیم آن حجم را اندازه بگیریم. اگر حجمی را که می‌خواهیم محاسبه کنیم به شکل کره و... باشد با واحد کره کوچک بهتر می‌توانیم آن حجم را اندازه بگیریم و...

برای این که هر جسم حجم معینی داشته باشد و برای همه شناخته شده باشد، واحدهای استاندارد را به کار می‌بریم. بعضی از واحدهای استاندارد حجم، متر مکعب، دسی متر مکعب و سانتی متر مکعب است.

از دانش‌آموزان بخواهید حجم شکل‌های کتاب را بسازند. آنها را گروه‌بندی کنید و به هر گروه ۲۰ عدد مکعب بدهید و از آنها بخواهید با آنها اجسام متنوعی بسازند و تعداد مکعب‌های استفاده شده در آنها را بشمارند.

توصیه‌های آموزشی

– دانش‌آموزان برای تبدیل واحدهای حجم به یک دیگر می‌توانند از جدول تناسب استفاده کنند.

– نوشتن واحد حجم در هر مورد از تمرین‌ها توصیه می‌شود.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

از دانش‌آموزان بخواهید مکعب‌هایی به اندازه $1 \times 1 \times 1$ بسازند. با این مکعب‌ها چند شکل بسازند و حجم آنها را محاسبه کنند. سپس با قرار دادن مکعب‌ها در داخل بعضی از شکل‌ها، گنجایش آنها را محاسبه کنند.

درس چهارم

حجم اشکال هندسی

نگاه کلی به درس چهارم

دانش‌آموزان در این درس محاسبه حجم شکل‌های هندسی را می‌آموزند. تشخیص نمای بالای جسم‌های هندسی را درک می‌کنند که این کار باعث تقویت تجسم فضایی آنان می‌شود. به کمک جدول تناسب، واحدهای حجم را به یک دیگر تبدیل می‌کنند.

اهداف درس چهارم

- مفهوم حجم و واحد سطح را درک کند.
- دستور محاسبه حجم‌های مکعب، مکعب مستطیل، استوانه و... را به دست آورد و با عبارت‌های جبری بیان کند
- دستور محاسبه حجم شکل‌های هندسی را در پیدا کردن حجم شکل‌های هندسی به کار برد.
- تقویت تجسم فضایی دانش‌آموزان
- تشخیص جسم‌های هندسی از نمای بالا
- یادآوری گنجایش
- حل مسئله از راه تبدیل واحدها
- استفاده از جدول تناسب برای تبدیل واحدهای حجم به یک دیگر

ورود به مطلب

حجم اجسام به دو عامل، سطح شکل و ارتفاع آنها بستگی دارد. برای محاسبه حجم هر شکل باید مساحت قاعده را در ارتفاع آن شکل ضرب کنیم.

توصیه‌های آموزشی

– نوشتن واحد حجم در هر مورد از تمرین‌ها توصیه می‌شود. دانش‌آموزان با گسترده بعضی از اشکال هندسی آشنا هستند. اما برخی از آنها توانایی رسم اشکال هندسی را ندارند. از آنها بخواهید با قرار دادن همه وجه‌های شکل روی کاغذ گسترده آن شکل را رسم کنند.

– در بعضی از تمرین‌ها دانش‌آموزان مساحت جانبی و مساحت قاعده را محاسبه می‌کنند. برای محاسبه این مساحت و درک بهتر آن می‌توانند شکل را به صورت گسترده رسم کرده سپس مساحت قسمت‌های آن را محاسبه کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

فعالیت ۱: تعدادی اشیاء مختلف را به دانش‌آموزان بدهید و از آنها بخواهید اشیاء را بردارند و روی کاغذ بگذارند، دور تا دور آن را خط بکشند. بعد از برداشتن بیان کنند که چه شکلی دیده می‌شود.

حالا تعدادی حجم‌های هندسی به آنها نشان بدهید و از آنها بخواهید که حدس بزنند اگر قاعده آنها را روی کاغذ بگذاریم و دور آن خط بکشیم، چه شکلی دیده خواهد شد. سپس از آنها بخواهید شکل را روی کاغذ بگذارند، دور آن خط بکشند و شکل کشیده شده را با حدس خود مقایسه کنند.

فعالیت ۲: درون یک استوانه یک مکعب مستطیل بگذارید، طوری که گوشه‌های مکعب روی لبه‌های استوانه باشد. اگر این حجم را از بالا و به‌طور عمودی نگاه کنیم، چه شکلی دیده می‌شود؟

چند شیء مختلف توخالی بردارید، هر بار دو شکل را به دلخواه داخل یک دیگر قرار دهید و بگویید اگر این حجم را از بالا و به‌طور عمودی نگاه کنیم، چه شکلی دیده می‌شود؟

فعالیت ۳: داخل یک مکعب مستطیل را با مکعب‌های کوچک واحد پر کرده‌ایم. اگر در این مکعب مستطیل چهار ردیف مکعب واحد به همین ترتیب چیده شده باشد، حجم مکعب مستطیل تقریباً چند مکعب واحد است؟

(ابتدا تعداد مکعب‌های یک ردیف را به دست می‌آوریم. حجم مکعب‌های یک ردیف را به دست می‌آوریم. برای محاسبه حجم مکعب مستطیل، حاصل ضرب حجم مکعب‌های یک ردیف را در تعداد ردیف‌ها به دست می‌آوریم.)

مختصات و عدد‌های صحیح

فصل

۸



درس اول

محورهای مختصات

نگاه کلی به درس اول

تا پیش از این دانش‌آموزان با محور اعداد آشنا شده‌اند و می‌توانند عددهای صحیح، کسری و اعشاری مثبت را روی محور اعداد نشان دهند. در این درس دانش‌آموزان با دو محور افقی و عمودی و در واقع با صفحه مختصات آشنا می‌شوند. به علاوه شکل‌های هندسی را از دیدگاهی جدید، با مختصات رأس آنها خواهند شناخت.

اهداف درس اول

- شناخت صفحه مختصات
- شناخت محورهای افقی و عمودی
- به‌دست آوردن مختصات یک نقطه در صفحه مختصات
- پیدا کردن مکان یک نقطه در صفحه مختصات از روی مختصات آن
- کشف رابطه‌های بین مختصات رأس‌های شکل‌های گوناگون در صفحه مختصات

صفحه مختصات

تدریس را روی یک صفحه مختصات شطرنجی بزرگ آغاز کنید. نقطه‌ای روی یکی از تقاطع‌های این صفحه شطرنجی انتخاب کنید و گام به گام به کمک دانش آموزان مختصات آن را بیابید. ابتدا مختصات افقی نقطه را بیابید و برای این کار از دانسته‌های دانش‌آموزان در محور افقی استفاده کنید. پس از این که نماد مختصات نقطه [] را نیز به دانش‌آموزان آموختید. مثال‌هایی برای عکس فعالیت بالا بیاورید یعنی مختصات نقطه‌ای را بدهید و سپس مکان نقطه را در صفحه مختصات پیدا کنید.

توصیه‌های آموزشی

– توصیه می‌شود برای فعالیت‌های مربوط به صفحه مختصات، دانش‌آموزان در ابتدای کار از صفحه‌های شطرنجی استفاده کنند.

– به عنوان یک فعالیت عملی، اگر زمین کلاس شما از موزاییک‌های مربع شکل ساخته شده است (در غیر این صورت می‌توانید با گچ، طناب یا کاموا زمین کلاس یا حیاط را شطرنجی کنید). با کشیدن دو محور در نزدیکی دو دیوار کلاس، به بچه‌ها مختصات نقطه‌هایی را بدهید و آنان از محل برخورد محورها شروع کرده خانه‌ها را بشمارند و مکان خود را بیابند. در این حین توجه بچه‌ها را به چند واحد به جلو و چند واحد به بالا، نیز جلب کنید.

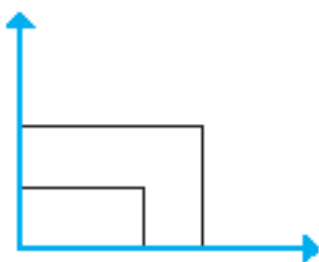
شکل‌های هندسی در صفحه مختصات

با شکل‌های هندسی آشناتر و ساده‌تر شروع کنید. مثلاً مربع یا مستطیلی را در صفحه مختصات بکشید و رأس‌های آن را نام‌گذاری کنید و از دانش‌آموزان بخواهید مختصات رأس‌ها را بیابند.

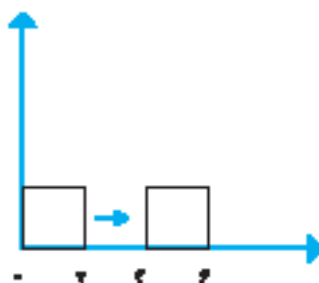
برای نام بردن رأس‌های یک شکل ترتیب نام بردن آنها مهم است (باید پشت سرهم بیابند) ولی جهت نام بردن و این که از کجا شروع کنیم فرقی نمی‌کند.

کشف ارتباط بین مختصات رأس‌های شکل‌های هندسی در صفحه مختصات

در برخی از تبدیل‌های هندسی رابطه‌ای بین مختصات رأس‌های یک شکل هندسی و تبدیل یافته آن وجود دارد که دانش‌آموزان قادر به کشف آن هستند. نمونه‌هایی مانند: انتقال یا جابه‌جایی یک شکل در صفحه مختصات



(طول‌ها و عرض‌ها ۲ برابر یا $\frac{1}{4}$ برابر شده‌اند)



(به مختص افقی رأس‌ها ۲ واحد اضافه شده)

توصیه‌های آموزشی

– می‌توانید شکل‌هایی را با توجه به واحد صفحه مختصاتی که رسم کرده‌اید روی مقوای رنگی ببرید و آن را در صفحه مختصات جابه‌جا کنید. دانش‌آموزان در این صورت می‌توانند جابه‌جایی افقی، عمودی و هردو را باهم ببینند.

فعّالیت



فعّالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

از دانش‌آموزان بخواهید مختصات چهار رأس یک شکل هندسی را که شما به آنها می‌گویید، مانند لوزی یا متوازی‌الاضلاع یا ... حدس بزنند و بنویسند. سپس نقطه‌های خود را در صفحه مختصات پیدا کنند و ببینند که آیا درست حدس زده بودند یا نه. پس از آن اشتباه خود را تصحیح کنند.

درس دوم

تقارن مختصات

نگاه کلی به درس دوم

تا پیش از این دانش آموزان با تقارن و قرینه سازی نسبت به یک محور تقارن آشنایی داشته اند. در این فصل علاوه بر تکمیل دانسته هایشان در تقارن محوری، تقارن نقطه ای را نیز می آموزند. همچنین با دوران 180° و ارتباط آن با تقارن نقطه ای آشنا خواهند شد.

اهداف درس دوم

- تقارن نسبت به محورهای افقی و عمودی در صفحه مختصات
- کشف ارتباط بین مختصات رأس های یک شکل هندسی در صفحه مختصات و قرینه آن
- شناخت تقارن نقطه ای
- شناخت دوران 180°
- ارتباط بین تقارن و دوران

رسم قرینه یک شکل در صفحه مختصات

نسبت به محور داده شده

تدریس را با شکل‌هایی آغاز کنید که قرینه شدن را به خوبی نشان دهند مانند صفحه کتاب 1 و نه شکل‌هایی مانند

. از دانش‌آموزان بخواهید ابتدا قرینه شکل را رسم کنند، سپس مختصات هردو شکل را بیابند و در پایان باهم مقایسه کنند.

این فعالیت را برای محورهای تقارن افقی نیز انجام دهید و نتیجه‌های به‌دست آمده را باهم مقایسه کنید. در اولی مختص عمودی نقطه‌ها فرقی نمی‌کند، در دومی مختص افقی آنها.

توصیه‌های آموزشی

– تا می‌توانید از شکل‌های گوناگون که از مقواهای رنگی بریده شده‌اند کمک بگیرید و با قرینه کردن آنها پای تخته درک شهودی دانش‌آموزان را تقویت کنید.

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

از دانش‌آموزان بخواهید در برگه‌هایی جدا از دفترشان شکل‌هایی کمی پیچیده‌تر را نسبت به محورهای داده شده قرینه کنند. سپس با تا کردن کاغذ از روی محور تقارن با دیدن این که آیا شکل و قرینه‌اش روی هم افتاده‌اند یا نه، پاسخ خود را تصحیح کنند.

قرینه نسبت به یک نقطه

تدریس را با شکل‌های ساده و شکل‌هایی که تعداد رأس‌های کمتری دارند آغاز کنید. در این مبحث همواره از صفحه شطرنجی کمک بگیرید. روش قرینه‌یابی را با قرینه کردن تک‌تک رأس‌های یک شکل نسبت به نقطه داده شده تدریس کنید. هرکجا لازم بود از شمردن خانه‌های شطرنجی کمک بگیرید.

توصیه‌های آموزشی

- در اینجا نیز از به کار بردن شکل‌هایی که با مقوای رنگی درست کرده‌اید بهره ببرید.
- توجه دانش‌آموزان را به این نکته جلب کنید که در تقارن نقطه‌ای برعکس تقارن‌های محوری، با یک بار تا کردن کاغذ شکل‌ها روی هم نمی‌افتند.

دوران ۱۸۰ درجه

- شکل‌های مقوایی را که بریده‌اید از یک رأس آنها با سوزن روی یک صفحه ثابت کنید و سپس ۱۸۰° دوران بدهید. این کار را با چند شکل گوناگون و از چند رأس مختلف آن انجام دهید.
- سپس از بچه‌ها بخواهید پیش از این که به صورت دستی دوران داده شود شکل پس از دوران را با تجسم دوران در ذهن‌شان بیابند.
- در ادامه دوران را روی صفحه شطرنجی انجام دهید.

توصیه‌های آموزشی

- در مبحث دوران، فعالیت‌ها را با شکل‌های ساده و حول نقطه‌ای روی یکی از گوشه‌های شکل آغاز کنید.



- در گام بعدی نقطه را کمی در یک جهت (افقی یا عمودی) از شکل فاصله دهید.



- و در گام بعدی نقطه می‌تواند در هر دو جهت از شکل فاصله بگیرد.



ارتباط بین دوران ۱۸۰° و تقارن نقطه‌ای

- از دانش‌آموزان بخواهید در یک صفحه مختصات قرینه یک شکل را نسبت به یک نقطه به دست آورند. سپس همان شکل را حول آن نقطه ۱۸۰° دوران بدهند. دانش‌آموزان خودشان کشف کنند که حاصل این دو عمل یکی است.

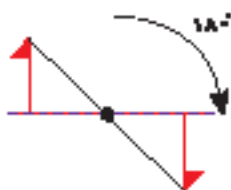
توصیه‌های آموزشی

— از به کارگیری شکل‌هایی که ممکن است ظاهر هندسی ساده‌ای نداشته باشند، ولی درک قرینه و دوران یافته آنها از دیدگاه شهودی برای بچه‌ها ساده باشد، کمک بگیرید؛ مانند تمرین ۳ کتاب.

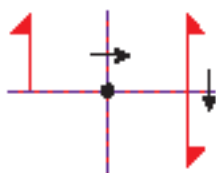
فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان



با فعالیت‌های عملی، تکرار، چرخاندن و ... به دانش‌آموزان کمک کنید که بتوانند ارتباط بین تقارن نقطه‌ای و دوران 18° را خود کشف کنند.



به علاوه با دست‌ورزی‌های مشابه ارتباط بین دو تقارن محوری افقی و عمودی پشت سرهم و تقارن نقطه‌ای و دوران 18° نسبت به محل برخورد دو محور تقارن را مشاهده کنند.

حل مسئله

راهبرد «کاربرد راهبردها»

نگاه کلی به درس

در آخرین بخش حل مسئله راهبرد جدیدی آموزش داده نمی‌شود. در عوض دانش‌آموزان آزادند تا هریک از راهبردهایی را که آموخته‌اند به کار گیرند.

اهداف

انتخاب راهبرد مناسب یک مسئله

توصیه‌های آموزشی

- هنگام حل مسئله، راهبرد خاصی را به دانش‌آموزان توصیه نکنید. از آنان بخواهید هفت راهبردی را که آموخته‌اند در ذهن‌شان مرور کنند و هر کدام را که به نظرشان مناسب‌تر می‌آید انتخاب کنند. توصیه می‌شود پیش از شروع حل مسئله‌ها یک بار هفت راهبرد آموزش داده شده را با دانش‌آموزان دوره کنید.
- اگر دانش‌آموزی راهبرد مناسبی را برای مسئله‌ای انتخاب نکرد پس از این که حل او به پایان رسید، از او بخواهید راهبرد دیگری را امتحان کند و سپس بگوید کدام راه به نظرش ساده‌تر و سریع‌تر است.

درس سوم

عددهای صحیح

نگاه کلی به درس سوم

در این بخش دانش آموزان عددهای صحیح را به طور کامل می‌شناسند (تا پیش از این تنها با عددهای صحیح مثبت و صفر آشنا بوده اند.) همچنین با جهت منفی محور اعداد آشنا می‌شوند و در ادامه به انجام محاسبات در مجموعه عددهای صحیح می‌پردازند.

اهداف درس سوم

- آشنایی با قرینه عددهای صحیح مثبت (عددهای منفی)
- آشنایی با جهت منفی محور اعداد
- آشنایی با کاربرد عددهای علامت‌دار در زندگی

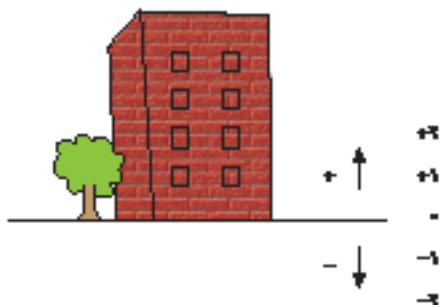
قرینه یک عدد

پیش از معرفی علامت عددهای منفی، آنها را به عنوان قرینه یک عدد مثبت نسبت به صفر معرفی کنید. از واژه‌هایی مانند «قرینه ۳» استفاده کنید.

سپس جهت مثبت و منفی محور اعداد را معرفی کنید و نماد منفی را برای علامت یک عدد روی محور آموزش دهید.

توصیه‌های آموزشی

– یک وسیله درجه‌بندی شده که در زندگی با آن سروکار داریم را به دانش‌آموزان نشان دهید. مانند دماسنج‌هایی که دماهای زیر صفر را نشان می‌دهند. قرینه یک عدد مثبت را روی آن وسیله به دانش‌آموزان نشان دهید و شهودی از یک عدد منفی در ذهن‌شان ایجاد کنید.



– از کشیدن شکل‌هایی که دانش‌آموزان با آنها آشنا هستند و مفهوم مثبت و منفی را می‌رساند کمک بگیرید. مانند ساختمان چند طبقه‌ای که چند طبقه پارکینگ زیرزمین دارد. سطح زمین را صفر در نظر بگیرید و جهت روبه بالا را مثبت و جهت روبه پایین را منفی معرفی کنید.

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

از یک صفحه ساعت کمک بگیرید. ساعت ۱۲ را صفر (مبدأ) در نظر بگیرید و از بچه‌ها بخواهید عبارت‌هایی را که شما می‌گویید به صورت علامت‌دار بیان کنند. (مثلاً سه ساعت مانده به ساعت ۱۲) با کشیدن یک محور بزرگ در حیاط مدرسه نیز می‌توانید با قرارداد جهت مثبت و منفی عددهای علامت‌دار را تمرین کنید. به علاوه با حرکت به جهت‌های مثبت و منفی به اندازه‌ای که شما تعیین می‌کنید، دانش‌آموزان عددهای حاصل را بیان کنند، این فعالیت همچنین پیش‌نیازی برای جمع و تفریق عددهای صحیح در درس‌های آینده است.

مقایسه عددهای صحیح

درس را با مرور مقایسه عددهای مثبت و آنچه دانش‌آموزان از پیش می‌دانند شروع کنید. با پرسش‌هایی که مطرح می‌کنید توجه دانش‌آموزان را به جهت مثبت در مقایسه عددها روی محور جلب کنید. سپس به مقایسه عددهای مثبت و منفی با یکدیگر و سپس

عددهای منفی با یکدیگر پردازید. برای مقایسهٔ عددهای منفی و مثبت همواره از محور کمک بگیرید و به حرکت در جهت مثبت و نزدیک تر شدن عددها تأکید کنید.

توصیه‌های آموزشی

– از مثال‌هایی شهودی برای مقایسهٔ درست و درک واقعی آن کمک بگیرید. برای نمونه بیرسید دمای فضایی با $+3$ درجه گرم تر است یا با -5 درجه. یا یک ماهی در عمق 7 متری دریا (یعنی -7) بالاتر است یا کبوتری در 1 متری سطح زمین (یعنی $+1$).

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

گوی‌هایی در دو رنگ (مثلاً سفید و سیاه) در اختیار بچه‌ها بگذارید. هر رنگ را برای یک علامت ($+$ یا $-$) قرارداد کنید. سپس جمع و تفریق‌هایی را اعلام کنید و از بچه‌ها بخواهید به کمک گوی‌ها و این حقیقت که حاصل یک جفت گوی از 2 رنگ مختلف برابر با صفر است را به دست آورند.

کاربرد عددهای صحیح در جمع و تفریق

نگاه کلی به درس چهارم

در این درس یکی از روش‌های کارآمد جمع و تفریق آموزش داده می‌شود. این روش که به کمک گسترده نویسی و با آغاز محاسبه از مرتبه بالاتر عددها (برعکس روش معمول که از پایین‌ترین مرتبه آغاز می‌شود) یکی از روش‌های سریع و کم‌خطا برای جمع و تفریق عددهای صحیح است.

اهداف درس چهارم

- آشنایی با گسترده نویسی عددهای صحیح منفی
- کاربرد گسترده نویسی در جمع و تفریق
- جمع و تفریق عددهای صحیح به کمک محور

گسترده نویسی عددهای صحیح منفی و کاربرد

گسترده نویسی در جمع و تفریق

تدریس را با مرور گسترده نویسی آغاز کنید. سپس گسترده نویسی را برای عددهای صحیح منفی آموزش دهید. از بچه‌ها بخواهید دلیل اشتباه‌های خود را بیان کنند؛ مثلاً در

$$-321 = -300 + 20 + 1$$

از آنها بخواهید بگویند ۳۲۱ گوی سیاه یعنی چه. یعنی ۳۰۰ گوی سیاه به علاوه ۲۰ گوی سیاه به علاوه ۱ گوی سیاه. اما آنچه نوشته شده است یعنی ۳۰۰ گوی سیاه و ۲۰ گوی سفید و یک گوی سفید. پس نادرست است. سپس روش جدید جمع و تفریق را به روش گسترده نویسی آموزش دهید.

توصیه‌های آموزشی

— توجه بچه‌ها را به این موضوع جلب کنید که در روش قبلی، از یکان عددها جمع و تفریق را شروع می‌کردیم و در این روش از مرتبه بالاتر شروع می‌کنیم. مثلاً در جمع

$$\begin{array}{r} 327 \\ + 155 \\ \hline 300 + 20 + 7 \\ + 100 + 50 + 5 \\ \hline \end{array}$$

ابتدا ۳۰۰ و ۱۰۰ یعنی ابتدا مرتبه صدگان عددها را جمع می‌کنیم، سپس ده‌گان و در پایان یکان.

$$\begin{array}{r} \vdots \\ 400 \\ + 70 \\ + 12 \\ \hline 482 \end{array}$$

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

همان‌گونه که در سال‌های اول دبستان از دسته‌های نی (یا چینه) برای آموزش جمع و تفریق استفاده می‌کردید، اینجا نیز از دسته‌های ۱۰۰ تایی و ۱۰ تایی و یکی استفاده کنید. با این تفاوت که جمع کردن دسته‌ها را از دسته‌های بزرگ‌تر شروع می‌کنیم.

تفریق‌هایی با حاصل منفی و کاربرد آن در جمع و تفریق به کمک گسترده نویسی

در انجام تفریق به روش گسترده نویسی به تفریق‌هایی مانند $\frac{5}{7} - \frac{5}{7}$ برمی‌خوریم. یعنی در واقع به دنبال پاسخ $50 - 70$ یا $50 + (-70)$ هستیم برای این منظور تفریق‌هایی مشابه آن را با عددهای کوچک‌تر تدریس می‌کنیم.

توصیه‌های آموزشی

– برای آموزش جمع و تفریق‌های مذکور از محور عددها کمک بگیرید. استفاده از محور به درک روش تفریق‌هایی مانند $-۷ - ۵ = -۱۲$ بسیار کمک می‌کند.

– پس از صورت گرفتن مفهوم چنین محاسباتی، آنها را در تکمیل مبحث محاسبه به کمک گسترده‌نویسی به کار ببرید. مانند :

$$\begin{array}{r}
 ۳۵۳ \\
 -۱۷۶ \\
 \hline
 \end{array}$$
$$\begin{array}{r}
 ۳۰۰ + ۵۰ + ۳ \\
 -۱۰۰ - ۷۰ - ۶ \\
 \hline
 ۲۰۰ \\
 -۷۰ \\
 -۶ \\
 \hline
 ۲۰۰ \\
 -۲۲ \\
 \hline
 ۱۷۷
 \end{array}$$

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

پس از این که دانش‌آموزان در روش جدید تا حدودی مهارت یافتند به صورت دوه‌دو آزمایش‌هایی را ترتیب دهند. چند جمع و تفریق را به هر دو نفر در یک گروه بدهید و هریک از آنان به یک روش آنها را انجام دهند. در پایان خود بچه‌ها قضاوت کنند که کدام یک از روش‌ها سریع‌تر و کم‌خط‌تر است.

– یکی دیگر از مهارت‌هایی که دانش‌آموزان کم‌کم و با تمرین و تکرار کسب می‌کنند، انجام محاسبه به روش جدید بدون نوشتن همه مرحله‌های گسترده‌نویسی است. مثال زیر را ببینید.

$ \begin{array}{r} ۵۹۷ \\ -۸۴۲ \\ \hline ۵۰۰ + ۹۰ + ۷ \\ -۸۰۰ - ۴۰ - ۲ \\ \hline -۳۰۰ \\ +۵۰ \\ +۵ \\ \hline -۳۰۰ \\ +۵۵ \\ \hline -۲۴۵ \\ ۵۹۷ \\ -۸۴۲ \\ \hline -۳۰۰ \\ +۵۰ \\ +۵ \\ \hline -۳۰۰ \\ +۵۵ \\ \hline -۲۴۵ \end{array} $	$ \begin{array}{r} ۵۹۷ \\ -۸۴۲ \\ \hline -۳۰۰ \\ +۵۰ \\ +۵ \\ \hline -۳۰۰ \\ +۵۵ \\ \hline -۲۴۵ \end{array} $
---	---

